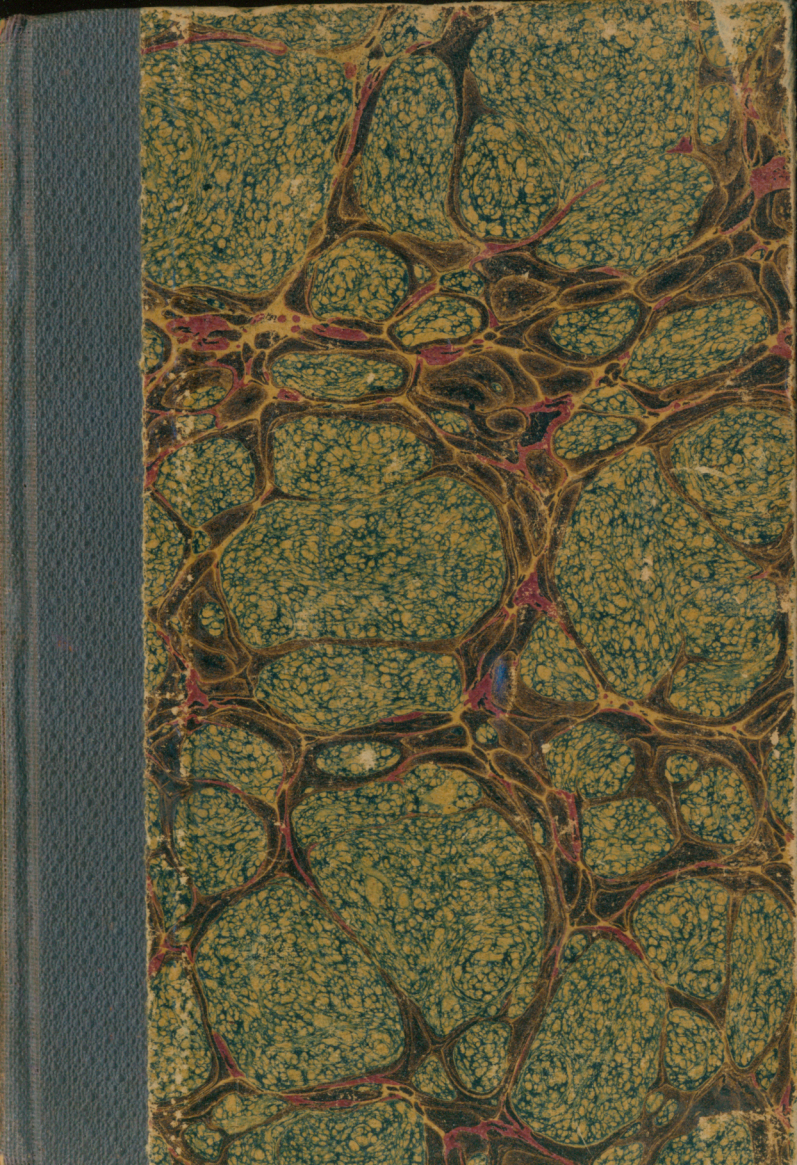




Prof. AUGUSTO GARNERI

CORSO ELEMENTARE
DI
DISEGNO GEOMETRICO

Approvato come libro di testo dai R.R. Ministeri

PARTE PRIMA

PROBLEMI GRAFICI GEOMETRICI

E

ORNAMENTAZIONE GEOMETRICA

368 FIGURE DIMOSTRATIVE GEOMETRICHE INTERCALATE NEL TESTO

F

400 MOTIVI DI ORNAMENTAZIONE GEOMETRICA, DI CUI 34 A COLORI

VENTINOVESIMA EDIZIONE



DITTA G. B. PARAVIA E C.^a

(FIGLI DI I. VIGLIARDI-PARAVIA)

TIPOGRAFICI-LIBRAI-EDITORI

TORINO-ROMA-MILANO-FIRENZE-NAPOLI-PALERMO

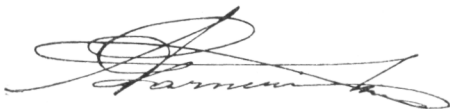
*Proprietà Artistica-Letteraria
secondo le leggi e i trattati internazionali
riservata all'autore.*

(Tous droits réservés).

(All Rights reserved).

Registrato ai N. 29012-42844.

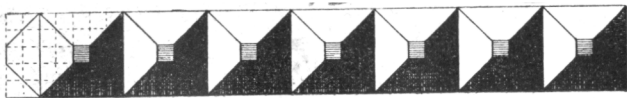
**Le copie non munite della firma dell'Autore
intendonsi contraffatte.**



~~~~~

***Avvertenza.** — Mi consta che non poche delle figure, illustranti il mio trattato, sono state riprodotte nelle pubblicazioni di alcuni miei imitatori. Se da ciò mi sento lusingato nel mio amor proprio di autore, sarò d'altra parte obbligatissimo verso i copisti, se mi eviteranno di fare uso delle leggi, citando la fonte d'onde trassero il tema.*

~~~~~



POCHE PAROLE

Non è facil cosa esporre in poche parole l'importanza somma del disegno geometrico, come quasi impossibile è l'enumerare gl'immensi vantaggi che da esso risente l'industria, la quale di continuo ricorre ai suoi servigi, e largamente ne profitta. Ma non se ne avvantaggia l'industria soltanto, chè anzi non c'è, può dirsi, una sola fra le arti più necessarie, base di pratiche discipline, che dal disegno geometrico non prenda efficaci sussidi per abbellirsi e perfezionarsi in novelle ed ingegnose applicazioni.

Il disegno geometrico, usato con padronanza di mano, diventa linguaggio più rapido e più esatto che non la parola istessa; due tratti di matita possono esprimere un'idea, un concetto, una forma ribelle ad ogni altro modo di significazione: di qui l'uso, che si va sempre più generalizzando, delle illustrazioni di carattere geometrico.

Le nazioni più avanti nelle industrie, come la Gran Bretagna, la Francia, la Germania, ecc., hanno reso obbliga-

torio nelle scuole questo ramo di disegno. Diciamo a bella posta *questo ramo*, si noti bene, e non il disegno in genere, il quale ha indirizzi artistici, fini e scopi non certamente appropriati alle scuole del popolo. Per la grande e nobilissima arte ci sono gl'Istituti superiori, e la grande e nobilissima arte è per l'ingegno o il genio di pochi. Ma c'è una forma di disegno, c'è, concedetemi l'espressione, un primo alfabeto della linea e del gusto che tutti possono imparare; c'è, insomma, il disegno geometrico che può e deve diventare, ne' limiti del ragionevole, un primo e fondamentale elemento della coltura del popolo. A questo concetto sono ispirati i programmi scolastici delle nazioni che lo prescrissero da presso agli esercizi di calcolo e di lingua.

Anche il nostro Governo, convinto di queste massime di etica ed estetica elementare, aveva già introdotto il disegno geometrico in varie scuole, e coi programmi del 1898, per le scuole tecniche, si industriò dargli maggiore sviluppo; ma ridurlo però, con criteri educativi, alla portata di tutti non è cosa agevole. Appunto con questo mio lavoro io tento raggiungere lo scopo: scopo non ultimo, nè de' meno importanti, specie in materia di pubblica istruzione.

La buona accoglienza ed i benevoli giudizi incontrati nelle mie prime edizioni mi incoraggiarono sempre a migliorare vie più le successive, sopprimendo quanto credetti inutile, ampliando alcune parti meritevoli di nota, aggiungendo motivi ed ornamenti parecchi che la pratica dell'insegnamento mi aveva indicati come più interessanti ed opportuni, ed intercalando nel testo le incisioni per rendere più facile, più rapida, più chiara la comprensione del problema e della sua grafica riso-

luzione, affinchè lo studioso non sia più costretto a distrarre il filo del suo ragionamento per consultare la tavola posta in fine dell'opera.

Il mio compito di miglioramento non si è arrestato neppure in questa edizione che i signori Insegnanti troveranno arricchita di nuovi e svariati motivi, affinchè essi possano maggiormente variare le esercitazioni dei loro allievi e più facilmente trovarne delle adatte alle loro diverse attitudini.

Io ho cercato di sviluppare interamente il programma, per le scuole medie, seguace del precetto esser meglio che abbondi più che difetti la materia: lo studioso troverà così maggiormente soddisfatto il suo desiderio di sapere.

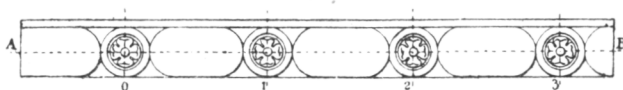
Premio ambito alle mie cure sarà questo: vedermi proseguiti l'affetto, la benevolenza ed il giudizio favorevole di quanti sono, com'io, innamorati di questo genere di studi e di ricerche.

Chiuderò queste poche parole con un sincero ringraziamento a tutti quegli egregi Colleghi che mi furono cortesi del loro appoggio, cooperando anch'essi in tal guisa al vantaggio dei nostri giovani e delle comuni discipline.

AUGUSTO GARNERI.



Incisioni del DANESI e del LIEBMAN di Roma.



INDICE

PARTE PRIMA.

	Pag.	
Nozioni preliminari — Nomenclatura e definizioni	1	Fas
Strumenti usati nel disegno geometrico	13	
Problemi grafici di geometria — Perpendicolari	19	
Angoli.	21	
Parallele.	23	
Divisione delle linee e degli angoli.	24	
Triangoli	26	
Quadrilateri	28	
Divisione delle circonferenze	36	
Poligoni regolari inscritti	40	
Poligoni regolari	42	
Poligoni stellati	45	
Tangenti, raccordamenti e curve policentriche — Tangenti	49	Fas
Circoli inscritti.	54	
Raccordamenti.	56	
Ovali e ovoli.	62	
Spirali.	68	
Sezioni coniche.	72	
Ellissi	73	
Parabole.	81	
Iperboli	84	
Curve meccaniche — Elica, elicoide	86	
Evolvente, cicloide, epicycloide e ipocicloide	89	
Poligoni curvilinei e mistilinei — Circoli iscritti	97	Fas
Risoluzione dei problemi grafici coi luoghi geometrici.	102	
Opere gotiche di frastaglio — Trafori	105	
Profili	114	
Profili gotici	118	
Scale semplici e trasversali	121	

	Pag.
Pianta,alzata e spaccato	123
Copia e riduzione di disegni.	126
Delle figure equivalenti.	130
Dell'acquerello — Delle norme e del chiaroscuro — Dei colori.	135
Applicazioni — Ornamentazione geometrica.	

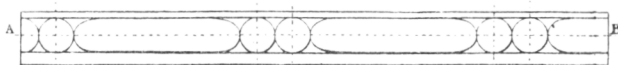
PARTE SECONDA.

	Pag.	
Nozioni preliminari — Delle proiezioni	5	Fasc. 4
Principi elementari	6	
Della retta	10	
Dei piani ausiliari	11	
Dei solidi	11	
Misure della superficie e del volume	17	
Problemi grafici di proiezione — Superficie piana	19	
Solidi	21	
Proiezioni ausiliarie	25	
Dei ribaltamenti	27	
Sezioni dei solidi — Poliedri, cilindri e cono	28	
Sezione della sfera	37	
Sezione dei corpi obliqui	39	
Penetrazione dei corpi	41	
Corpi obliqui ai due piani	53	
Sviluppi	56	
Applicazioni — Gruppi di solidi	63	
Applicazioni alla meccanica — Elica e elicoide	89	
Vite	91	
Serpentino	93	
Madrevite e dado	94	
Alberi orizzontali	96	
Sostegni	101	
Giunti	107	
Alberi e sostegni verticali	108	

	Pag.
Ingranaggio imboccamenti — Evolvente, cicloide, epicycloide e ipocicloide	111
Ruote	116
Eccentrici	125
Manovelle e bielle	130
Volanti	132
Applicazioni alle ombre — Delle ombre	135
Ombre proprie.	136
Ombre portate.	137
Ombre proprie e portate.	141
Applicazioni alla prospettiva parallela	152

PARTE TERZA.

	Pag.
Della prospettiva — Nomenclatura e definizioni	7
Problemi geometrici preparatori al disegno delle figure pro- spettiche.	11
Problemi grafici di prospettiva — Figure piane.	16
Poliedri	23
Corpi rotondi	33
Corpi obliqui.	39
Figure curvilinee.	43
Gruppi	43
Applicazioni agli oggetti.	51
Prospettiva angolare.	74
Prospettiva accidentale	79
Prospettiva sotto in su	84
Ombre prospettiche	89
Della luce artificiale.	93





NOZIONI PRELIMINARI

NOMENCLATURA E DEFINIZIONI.

1. *Disegno* è la rappresentazione per mezzo di linee ed ombre della forma di un oggetto qualsiasi vero od immaginato (1).

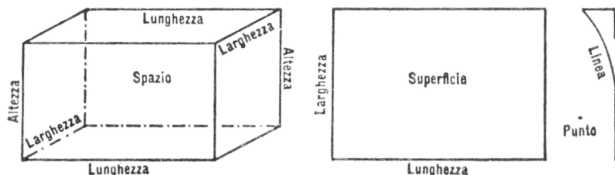
2. *Disegno elementare geometrico* o solo *disegno geometrico* è quella parte della geometria rappresentativa che *insegna* ad adoperare la riga e il compasso per la costruzione delle figure geometriche.

3. La geometria ha per oggetto la misura dello *spazio*, cioè di tutto ciò che è misurabile come linee, superfici, solidi, nonchè lo studio delle loro proprietà (2).

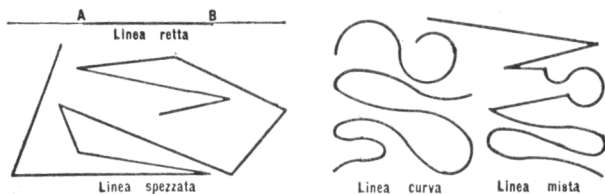
(1) La voce disegno riceve diversi aggiunti, a seconda dello scopo, della perfezione imitativa e della materia colla quale è fatto. Così dicesi: disegno lineare geometrico, d'ornato, di figura — dalla stampa, dalla fotografia, dal vero, ecc. — a contorno, a acquerello, a colori, ecc. — *Disegno lineare geometrico* è il nome generico che si dà ai disegni che rappresentano fabbricati, armature, macchine e simili cose; e questi appartengono alla categoria speciale di *disegno di macchine*, di *disegno di costruzione*, ecc. ecc.

(2) Geometria etimologicamente, scienza della misura della terra.

4. Il limite che separa due porzioni consecutive di spazio, dicesi *superficie*; il limite che separa due porzioni consecutive di superficie, dicesi *linea*; il limite che separa due porzioni consecutive di linea, dicesi *punto*.



5. Lo spazio ha tre dimensioni: *lunghezza*, *larghezza* ed *altezza*; la superficie ne ha due: *larghezza* e *lunghezza*; la linea ne ha una sola: *lunghezza*; il punto non ha dimensioni.



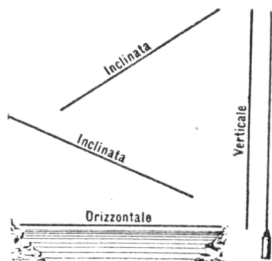
6. La *linea retta* è una linea indefinita, la più corta fra due qualunque dei suoi punti (1).

7. La *linea spezzata* o *poligonale* è una linea composta di linee rette.

8. Dicesi *curva* ogni linea che non è nè retta nè composta di linee rette.

(1) Si deve ritenere come evidente che da un punto ad un altro non si può condurre che una sola linea retta, ed è perciò che in disegno s'intende per *retta* la linea più breve fra due punti che in matematica si chiama *segmento di retta*.

9. La linea *mista* è composta di linee rette e di curve.
 10. La linea retta, considerata nello spazio indipendentemente da un'altra retta, è *orizzontale*, *verticale* o *inclinata*.

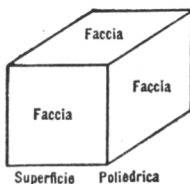


11. È *orizzontale* quando segue la direzione dell'acqua stagnante.

12. *Verticale* quando segue la direzione del piombino.

13. *Inclinata* quando non è nè verticale nè orizzontale.

Superficie piana
o
piano



14. La superficie può essere *piana*, *poliedrica* e *curva*.
 15. Dicesi *superficie piana* o semplicemente *piano*, quella superficie sulla quale una linea retta si può adagiare in qualunque direzione.

16. Dicesi *superficie poliedrica* una superficie composta di parti di superfici piane. Le superfici piane che compongono la superficie poliedrica diconsi *faccie*.

17. Dicesi *superficie curva* una superficie che non è nè piana nè poliedrica.

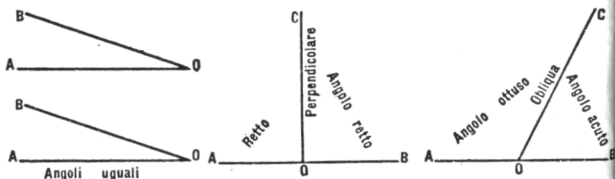
18. La porzione indefinita di piano compresa tra due rette che si tagliano, dicesi *angolo*; si dicono *lati* le rette

che formano un angolo, e *vertice* il punto nel quale esse s'incontrano.



19. Diconsi *adiacenti* due angoli quando hanno un lato in comune e gli altri due in prolungamento l'uno dell'altro.

20. Diconsi *opposti al vertice* due angoli quando i lati dell'uno sono il prolungamento dei lati dell'altro. Gli angoli opposti al vertice sono uguali.



21. Diconsi *uguali* due o più angoli che si possono immaginare sovrapposti l'uno all'altro in modo da coincidere in tutti i loro punti.

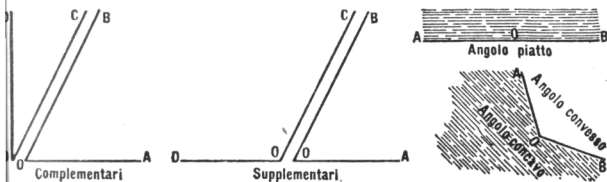
22. *Perpendicolare* dicesi una retta che, incontrando un'altra, forma con questa angoli uguali.

23. *Obliqua* è quella retta che, incontrandone un'altra, forma con questa angoli disuguali.

24. *Retto* è l'angolo che ha i lati perpendicolari fra loro. Tutti gli angoli retti sono uguali.

25. *Acuto* è l'angolo che ha l'apertura dei lati minore di quella dell'angolo retto.

26. *Ottuso* è l'angolo che ha l'apertura dei lati maggiore di quella del retto.



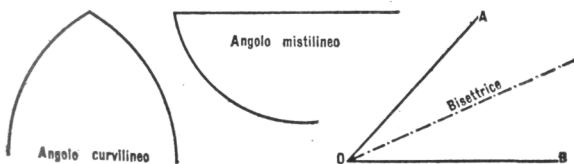
27. Dicesi *angolo piatto* quello che ha un lato prolungamento dell'altro, esso vale evidentemente due angoli retti.

28. Dicesi *angolo concavo* o *rientrante*, l'angolo maggiore di un angolo piatto.

29. Dicesi *angolo convesso* o *sagliente*, l'angolo minore di un angolo piatto.

30. Diconsi *complementari* due angoli se la loro somma è un angolo retto.

31. Diconsi *supplementari* due angoli se la loro somma è due angoli retti.

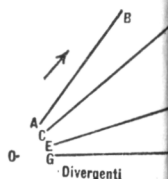
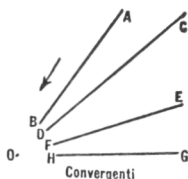
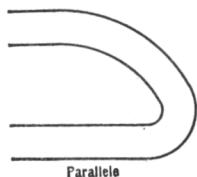


32. L'angolo può essere, rispetto ai lati, anche *curvilineo* e *mistilineo*.

33. *Curvilineo* è l'angolo formato da due linee curve.

34. *Mistilineo* è l'angolo formato da una retta e da una curva.

35. Dicesi *bisettrice* la retta che divide l'angolo in due parti uguali.



36. *Parallele* si dicono le linee che, poste sullo stesso piano e prolungate indefinitamente, non s'incontrano mai.

37. Diconsi *convergenti* due o più linee che si dirigono verso un dato punto, che si chiama *punto di convergenza*.

38. Diconsi *divergenti* due o più linee che si allontanano dal punto di convergenza.

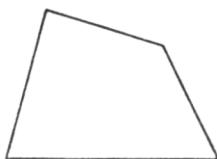


Figura piana



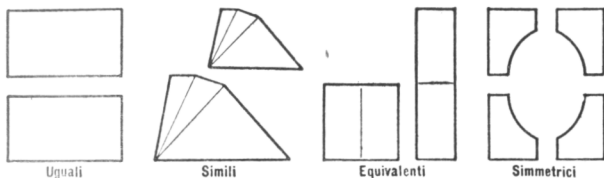
Figura solida

39. Dicesi *figura* un complesso di punti e di linee che si dicono i suoi *elementi*. Le figure sono *piane* e *solide*.

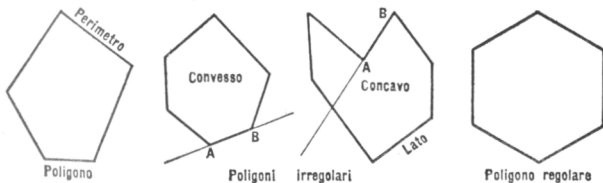
40. La *figura piana* è una porzione di piano terminata da linee.

41. La *figura solida* ha i suoi elementi posti comunemente nello spazio e si compone delle tre dimensioni lunghezza, larghezza ed altezza.

42. Le figure sono *eguali* quando sovrapposte coincidono in tutti i loro punti; sono *simili* quando hanno gli angoli uguali ed i lati opposti (1) agli angoli uguali proporzionali; sono *equivalenti* quando hanno la stessa *area* (2) senza essere simili; sono *simmetriche* quando ogni punto di una di queste figure è disposto col medesimo ordine.



43. Se le linee sono rette, essa chiamasi *figura rettilinea* o *poligono* e le linee prese insieme costituiscono il *perimetro* del poligono.



44. I poligoni si dicono *regolari* quando hanno i lati uguali e gli angoli uguali fra loro.

45. I poligoni si dicono *irregolari* quando hanno i lati e gli angoli disuguali.

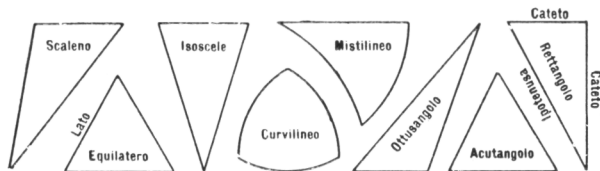
46. Il poligono dicesi *convesso* se i prolungamenti dei lati cadono tutti fuori del poligono.

(1) I lati opposti agli angoli uguali si chiamano in geometria *omologhi*.

(2) L'area di una figura è il rapporto della sua estensione a quella dell'unità di superficie. Spesso si confonde nel discorso l'area con la superficie di una figura.

47. Il poligono dicesi *concavo* se qualcuno dei prolungamenti dei lati cade nell'interno del poligono.

48. Le estremità dei lati di un poligono diconsi vertici. Quanti sono i lati di un poligono, tanti sono i vertici e tanti sono gli angoli.



49. Il poligono di tre lati è il più semplice di tutti e si chiama *triangolo*.

50. Il triangolo, considerato rispetto ai suoi lati, può essere: *equilatero*, *isoscele*, *scaleno*, *curvilineo* e *mistilineo*.

51. *Equilatero* è il triangolo che ha tutti i lati e gli angoli uguali.

52. *Isoscele* è il triangolo che ha due soli lati uguali.

53. *Scaleno* è il triangolo che ha tutti i lati disuguali.

54. *Curvilineo* è il triangolo formato da linee curve.

55. *Mistilineo* è il triangolo formato da rette e da curve.

56. Il triangolo, considerato rispetto a' suoi angoli, può essere: *rettangolo*, *acutangolo*, *ottusangolo*.

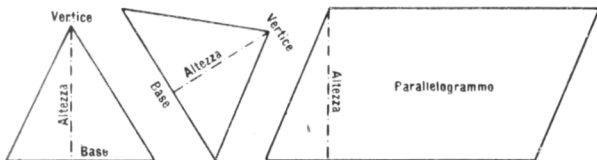
57. *Rettangolo* è il triangolo che ha un angolo retto.

58. Diconsi *cateti* i due lati del triangolo rettangolo che formano l'angolo retto, *ipotenusa* il terzo lato, ossia quello opposto all'angolo retto.

59. *Acutangolo* è il triangolo che ha gli angoli acuti.

60. *Otiusangolo* è il triangolo che ha un angolo ottuso.

61. La somma degli angoli di un triangolo è sempre uguale a *due retti*; l'angolo retto è di 90 *gradi*.

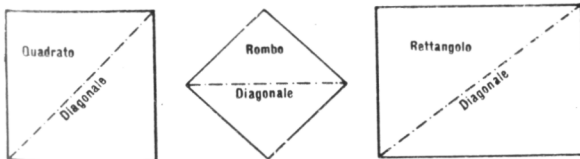


62. Un lato qualunque di un triangolo può dirsi *base*, e allora dicesi *altezza* la perpendicolare abbassata dal vertice opposto alla base sulla base stessa. In un triangolo adunque vi sono tre altezze.

63. Il poligono che ha quattro lati chiamasi comunemente *quadrilatero*.

64. Rispetto ai suoi lati il quadrilatero si chiama *parallelogrammo*, *trapezio* e *trapezoide*.

65. *Parallelogrammo* è il quadrilatero che ha i lati opposti paralleli.



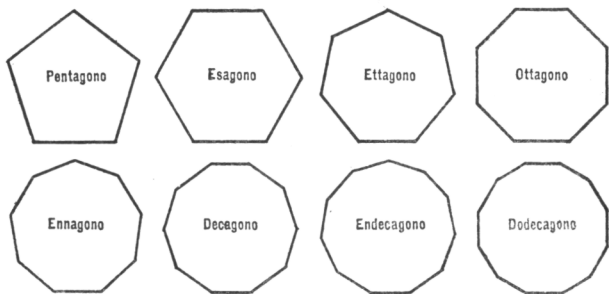
66. Il parallelogrammo dicesi *rettangolo* quando ha gli angoli retti senza avere i lati uguali; *quadrato* quando ha i lati uguali e gli angoli retti; *lozanga* o *rombo* quando ha i lati uguali senza avere gli angoli retti; *romboide* quando ha i lati e gli angoli opposti uguali a due a due.

67. *Trapezio* è il quadrilatero che ha due soli lati paralleli, i quali diconsi *basi* del trapezio.



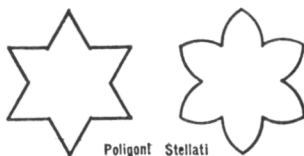
68. Il *trapezio* dicesi *rettangolo* quando ha un angolo retto; *isoscele* o *simmetrico* quando ha i lati non paralleli fra loro uguali; *scaleno* quando ha i lati non paralleli fra loro disuguali.

69. Il *trapezoide* è un quadrilatero che non ha alcun lato parallelo.

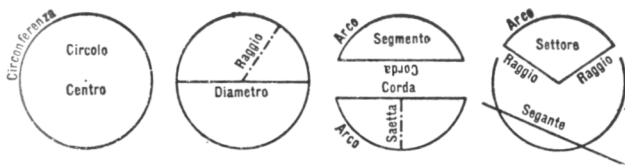


70. Il poligono di cinque lati chiamasi *pentagono*, di sei lati *esagono*, di sette *ettagono*, di otto *ottagono*, di nove *ennagono*, di dieci *decacono*, di undici *endecagono*, di dodici *dodecagono*. Questa nomenclatura non si estende regolarmente più oltre, se si toglie il *pentedecagono*, poligono di quindici lati, e l'*icosagono*, di venti.

71. Dicesi *stellato* il poligono che ha gli angoli alternativamente rientranti (concavi) e saglienti (convessi). Anche il poligono stellato può essere regolare o irregolare.



72. La *circonferenza* o *periferia* è una linea curva, di cui tutti i punti sono egualmente distanti da un punto interno che si chiama *centro*.



73. Il *circolo* è la porzione di piano racchiusa dalla circonferenza.

74. Le rette che dal centro vanno alla circonferenza diconsi *raggi*.

75. La retta che passa pel centro e termina alla circonferenza chiamasi *diametro*.

76. *Arco* dicesi una porzione di circonferenza.

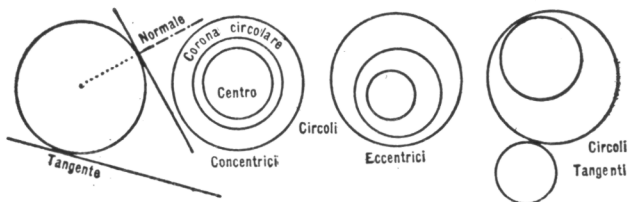
77. *Corda* dicesi la retta che unisce le estremità dell'arco.

78. *Segmento* è la porzione di cerchio compresa tra l'arco e la corda.

79. *Saetta* è detta la perpendicolare innalzata sulla metà della corda e compresa fra il punto di mezzo della corda stessa ed il punto d'incontro con l'arco.

80. *Segante* o *secante* dicesi la retta che incontra la circonferenza in due punti.

81. *Settore* si chiama la porzione di cerchio compresa fra l'arco e i due raggi.



82. La *tangente* è una retta che non ha che un solo punto comune colla circonferenza; punto che chiamasi di *contatto*.

83. *Concentrici* sono tutti i cerchi che hanno comune il centro.

84. *Eccentrici* sono tutti i cerchi che non hanno comune il centro, benchè descritti nello stesso piano.

85. *Tangenti* sono i cerchi quando hanno un solo punto di contatto.

86. *Corona circolare* è la superficie piana racchiusa fra le circonferenze di due cerchi concentrici.

87. Dicesi *normale* ad una curva la perpendicolare alla tangente condotta nel punto di contatto.



88. *Poligono inscritto* è quello i cui vertici sono sulla circonferenza.

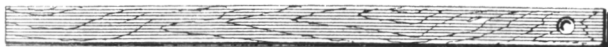
89. *Poligono circoscritto* è quello che ha i lati tan-

genti alla circonferenza.



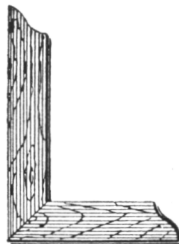


STRUMENTI USATI NEL DISEGNO GEOMETRICO.



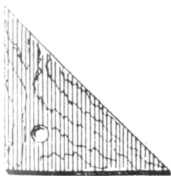
90. *Riga*. Strumento col quale si tirano segmenti di linee rette: essa è di forma rettangolare, lunga, piatta e sottilissima.

91. *Squadra*. È uno strumento formato da due regoli connessi ad angolo retto, usato specialmente dai falegnami, muratori, ecc.

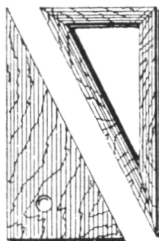


92. *Squadretta detta di 45 gradi*.

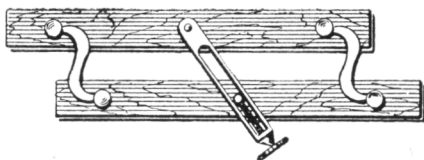
È uno strumento che ha la forma di un triangolo rettangolo che ha i cateti uguali. Si adopera molto, specialmente in Architettura per determinare le ombre degli avancorpi.



93. *Squadretta* o abusivamente *squadra*: strumento che ha forma di un triangolo rettangolare, piatta, di poco spessore come la riga; essa serve coll'aiuto della riga a tracciare parallele e perpendicolari.

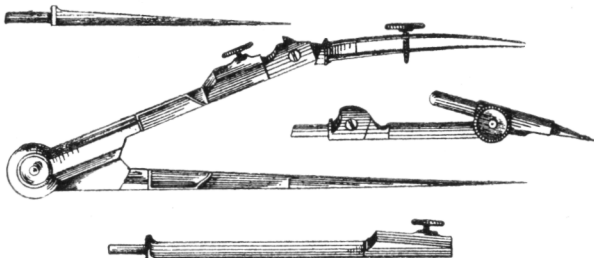


94. *Parallele*. Strumento fatto di due righe piatte, unite mediante due lastre d'ottone mo-



bili e da una macchinetta, la quale serve a fissare la distanza che si desidera mantenere tra le parallele.

95. Porta matite. Tubo metallico, quasi sempre d'ottone; all'estremità si stringe a piacimento con degli anelli; serve per la matita od altro quando sia ridotto a una lunghezza tale da non potersi adoperare colle mani.



96. Compasso a punta mobile. Strumento composto di due punte riunite da cerniera. La punta è mobile perchè può essere sostituita da tiralinee o da portap lapis, secondo che occorrono cerchi colla matita o coll'inchiestro. Considerando cerchi grandi prolungasi la punta mobile col pezzo detto dell'*allungatoio*.

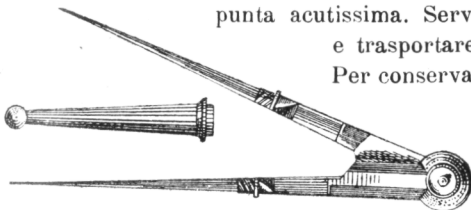


97. Tiralinee. Piccola asta d'ottone, di legno, d'avorio, d'osso, ecc., terminata da due punte d'acciaio uguali e

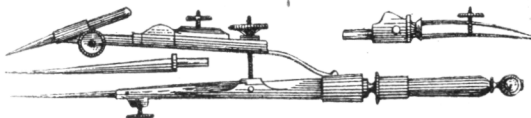
sottili; una vite di pressione serve a stringerle od allargarle a seconda che si vogliono eseguire linee grosse o sottili.

98. *Compasso a punte fisse*, detto anche *sesta*. Esso è composto, come il precedente, di due punte perfettamente uguali riunite da cerniera terminate a punta acutissima. Serve a prendere

e trasportare dimensioni. Per conservare le punte è ordinariamente fornito di custodia.



99. *Compassino*. È uno strumento munito di pezzi di ricambio per la matita e l'inchiostro; serve a far circoli

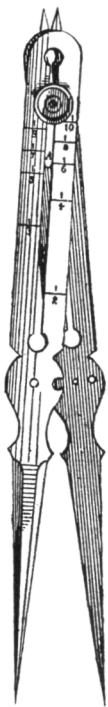


piccoli, ed è quasi sempre munito di manico per poterlo adoperare più comodamente; dicesi anche *Balaustrino*.

100. Quando questi strumenti sono flessibili o duri, le *chiavi* ne restringono o allentano la cerniera.



101. *Compasso di riduzione*. Questo strumento si compone di due bracci, uniti mediante un asse mobile scorrevole nell'incanalatura di ciascun pezzo da fermarsi mediante una vite di pressione. Una linea di precisione soggetta al movimento dell'asse corrisponde alle divisioni proporzionali segnate sul braccio superiore



del compasso; ogni braccio poi è sormontato da una punta di complemento.

Per adoperare questo strumento si fissa l'asse in modo che il tratto corrisponda con esattezza alle cifre della riduzione: p. es. $\frac{1}{6}$. Al compasso si dia quindi un'apertura uguale alla lunghezza da ridurre, e la distanza delle due punte opposte sarà uguale al sesto desiderato.

Strumento di uso facilissimo e che serve specialmente a prendere lunghezze 2, 3, 4, 5, ecc., volte più grandi o più piccole di una lunghezza data.

102. Del doppio decimetro. L'unità di misura italiana è il metro, che si divide in 10 decimetri; ogni decimetro si divide in 10 centimetri; questi in 10 millimetri, ecc. Il doppio decimetro non è che due decimetri riuniti segnati su un regolo di bosso, avorio od altro, suddiviso pure in centimetri, millimetri e mezzi millimetri.

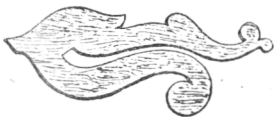
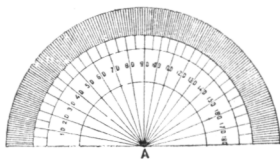
È strumento di utilità pratica. Ecco un esempio: si abbiano 16 centimetri da dividere in 20 parti; 16 centimetri sono 160 millimetri, divisi per 20, uguali a 8 millimetri, che saranno la ventesima parte; volendo dividere questa in 32 si fa: $160 : 32 = 5$ millimetri, trentaduesima parte.

103. Del rapportatore. La circonferenza del circolo si divide in 360 parti uguali chiamate gradi; ciascun grado in 60 minuti, e ciascun minuto in 60 secondi; il *rapportatore* non è che la metà di questo circolo.

Sulla periferia sono segnati 180 gradi; serve a mi-

surare la larghezza di un angolo ed a costruirne altri di un numero dato di gradi.

Per servirsene basterà porre il centro *A* sul vertice dell'angolo e uno dei lati lungo il diametro; il numero compreso fra i due lati darà i gradi dell'angolo.



105. La *Gomma elastica* nera è la migliore per la matita, la *Radir* è ottima per l'inchiostro.

106. *Punte o spilli*. Sono specie di punte di acciaio o d'ottone colla capocchia piatta che si prestano per fermare carta, affine di poter calcare ed eseguirvi disegni.



107. *Tavola*. Tavola di legno dolce con testate in legno duro; composta di tavolette bene levigate e bene connesse, ad angoli perfettamente retti. Detta tavola chiamasi anche *Tiratore*.

108. *Tè*. È una riga formata come un *T*, e serve per tracciare parallele e perpendicolari, facendola scorrere sui lati della tavoletta.

109. *Dell'inchiostro di Cina o China*. Per isciogliere l'inchiostro di China in ma-

niera che riesca perfettamente liquido, si deve sfregare il panetto sul dito, lasciando sgocciolare nel piattino la soluzione che così si ottiene. Resta in questo modo evitato l'inconveniente d'una soverchia deposizione che impedisca al tiralinee di scorrere con facilità.

Per verificare se l'inchiostro è di buona o cattiva qualità si può adoperare il seguente mezzo: se ne scioglie una piccola quantità sull'unghia del pollice, e si lascia seccare; se passandoci poi più volte la palma della mano resterà e piglierà una tinta nera bronzata, sarà di buona qualità; cattivo, se diventerà appannato e scomparirà.

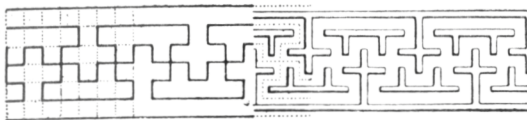
110. I *pennelli* migliori per l'acquerello sono infilzati all'estremità di un'asticciuola di legno; uno si tiene imbe-



vuto d'acqua, e serve a rettificare le inesattezze del colore, l'altro a posarne le tinte.

111. *Modo pratico di stendere o tirare la carta sulla tavoletta.* Si fa tutt'intorno al foglio una piega poco più larga di un centimetro, e si distende su di essa la colla. Poi con una spugna pulita e imbevuta d'acqua limpidissima si bagna tutta la parte non incollata del foglio; finalmente s'incolla questo per le pieghe sulla tavoletta, avvertendo che queste pieghe riescano ben distese. Il foglio tutto grinze da principio, si tirerà asciugando, e riuscirà da ultimo perfettamente teso.

È buon consiglio, prima di por mano all'acquerello, di bagnare il foglio con una soluzione d'allume, la quale fa scomparire i guasti delle operazioni precedenti, e impedisce alla carta d'assorbire le tinte.



PROBLEMI GRAFICI DI GEOMETRIA

PERPENDICOLARI.

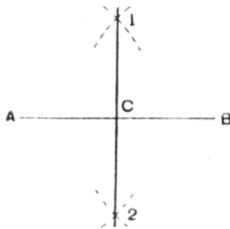
112. *Tracciare una linea retta che passi per A e B, punti dati.*

Si collochi una riga rasente i due punti A e B. Si faccia scorrere la punta della matita, o d'altro, lungo la riga. La linea tracciata sarà quella chiesta.



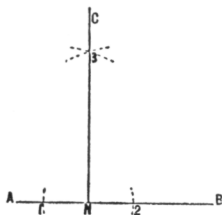
113. *Innalzare una perpendicolare sulla metà di una retta data A'B.*

Si faccia centro con un'apertura di compasso a piacere nelle estremità A B e si descrivano due archi che si intersecheranno in 1 e 2. Si tracci la retta 1, 2 che incontrerà la A B in C; 1 C sarà la perpendicolare domandata.



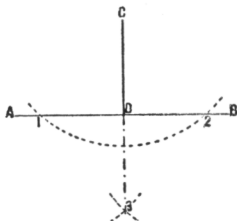
114. Da un punto N su una retta AB innalzare una perpendicolare.

Equidistanti da N si segnano i punti 1 e 2. Con raggio a piacere si faccia centro in 1 e in 2, si descrivano due archi che si intersecheranno in 3. Da N per 3 si conduca una retta: questa sarà la perpendicolare.



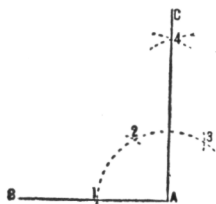
115. Da un punto C abbassare una perpendicolare sulla AB .

Col centro in C e con raggio a piacere si descriva un arco che intersechi la AB in 1 e 2. Con centro in 1 e 2 si descrivano due archi collo stesso raggio, essi si intersecheranno in 3. Si unisca C e 3 con una retta, essa incontrerà la AB in D ; CD sarà la perpendicolare.



116. Alzare una perpendicolare all'estremità A di una retta AB .

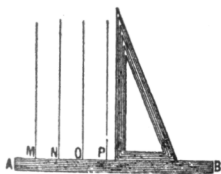
Con centro in A , e con raggio a piacere, si descriva l'arco indefinito 1. A partire da 1 si porti due volte il raggio sull'arco descritto e si avranno i punti 2, 3. Dai punti 2 e 3 si descrivano due archi che si intersecheranno in 4. Da A per 4 conducasi una retta: questa sarà la perpendicolare.



117. Verificare se una retta AC è perpendicolare ad AB .

Si prolunghi la retta AB dal punto A . Si prendano i punti 1 e 2 equidistanti da A . Col centro in 1 e 2 si descrivano due archi; se questi avranno l'intersezione sulla retta AC , questa sarà perpendicolare.

118. Innalzare delle perpendicolari nei punti $MNO P$, ecc., sulla retta AB .

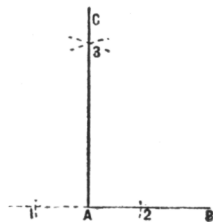


Si ponga la riga rasente alla AB retta data; si disponga la squadretta contro la riga in modo che uno dei cateti si trovi a contatto; facendo scorrere la squadretta lungo la riga, l'altro cateto ai punti $MNO P$ indicherà la posizione delle perpendicolari desiderate.

ANGOLI.

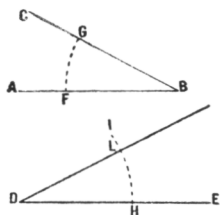
119. Verificare se BAC sia un angolo retto.

Si prolunghi in A , vertice dell'angolo, la retta AB . Equidistanti da A si segnino i punti 1, 2; col centro in 1 e 2 si descrivano due archi; se questi avranno l'intersezione sulla AC , l'angolo sarà retto



120. Nel punto D , estremità di una retta, fare un angolo eguale ad un angolo dato ABC .

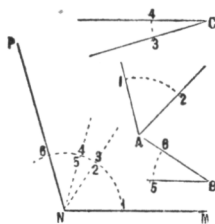
Dal vertice B con raggio a piacere si descriva l'arco FG terminato ai lati, e nel punto D con lo stesso raggio si descriva un arco indefinito HI . Si prenda un'apertura



uguale FG , ed a partire da H la si porti sull'arco indefinito in L ; da D per L si tracci una retta: l'angolo HDL sarà uguale all'angolo dato.

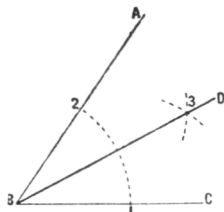
121. *Nel punto N fare un angolo uguale alla somma degli angoli dati ABC .*

Con raggio a piacere dai vertici ABC si descrivano gli archi 1-2, 3-4, 5-6, e col medesimo raggio si faccia centro in N e si descriva l'arco indefinito $1H$. A partire da 1 si portino sull'arco indefinito tante aperture uguali ad 1-2, 3-4, 5-6. Da N per 6 conducasi NP che formerà l'angolo PNM chiesto.



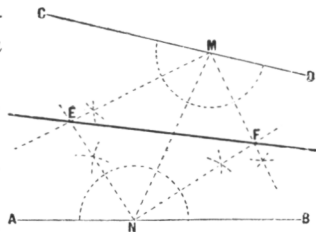
122. *Tracciare la bisettrice di un angolo ABC .*

Dal vertice B con raggio a piacere si descriva l'arco 1-2; col centro in 1 e 2 si descrivano due archi che avranno l'intersezione in 3; da B per 3 si tracci la retta BD : questa sarà la bisettrice.



123. *Tracciare la bisettrice di un angolo che abbia il vertice inaccessibile.*

AB e CD siano i lati dell'angolo. Si tracci a piacere una retta MN da un lato all'altro e si conducano le bisettrici degli angoli CMN -

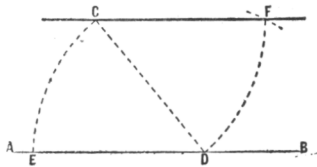


$D M N - B N M - A N M$: esse si taglieranno in E e F . Per E e per F si faccia passare una retta: questa sarà la bisettrice dell'angolo che ha i lati AB e CD .

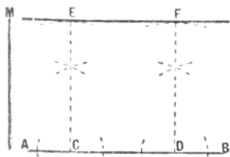
PARALLELE.

124. *Da un punto C far passare una parallela ad una retta data AB .*

Si faccia centro in C e si descriva un arco sino all'incontro della AB in D . Col medesimo raggio e col centro in D si descriva l'arco CE . Si prenda la distanza che passa tra CE e la si porti da D in F . Per C e per F si conduca una retta; essa sarà la parallela chiesta.



125. *Tracciare una parallela alla AB , data la distanza M .*

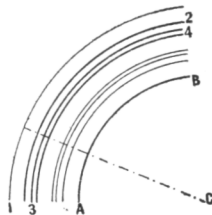


Nei punti C e D , presi a piacere sulla AB , s'innalzino le perpendicolari e su di esse a partire da C e D si porti la distanza M la quale ci darà le intersezioni $E F$. Per E e per

F si tracci una retta: questa sarà la parallela domandata.

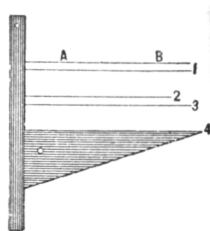
126. *Condurre una o più parallele ad un arco dato AB .*

Dal centro C dell'arco AB con raggio minore o maggiore, pei punti dati 1, 2, 3, ecc., si descrivano tanti archi: essi saranno paralleli all'arco AB .



127. *Tracciare delle parallele alla retta AB nei punti 1, 2, 3, 4.*

Si collochi la squadretta rasente alla retta data. La riga sia appoggiata all'altro cateto della squadra. Si faccia scorrere la squadretta sino ai punti 1, 2, 3, 4, e si conducano le rette; queste saranno parallele.

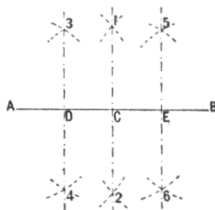


DIVISIONE DELLE LINEE E DEGLI ANGOLI.

128. *Dividere una retta AB in due, in quattro, in otto, ecc., parti uguali.*

Dalle estremità AB si descrivano collo stesso raggio due archi, per la loro intersezione, 1 e 2, si tracci una retta, essa incontrerà AB in C . AC e CB sono uguali.

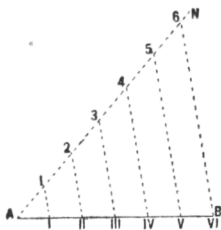
Per dividere la retta in quattro basterà ripetere l'operazione per AC e CB e si otterrà D ed E , così via dicendo per 8, 16, ecc.



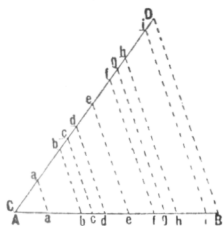
129. *Dividere una retta AB in un numero qualunque di parti uguali.*

Dall'estremità A della retta se ne tiri un'altra indefinita AN . Sulla AN a partire da A si segnino tanti punti equi-

distanti 1, 2, 3, 4, 5, ecc., quante sono le parti in cui si vuol dividere la retta. Si unisca l'ultimo punto (nel nostro caso 6) con B . Dai punti 5, 4, 3, 2, 1 si tirino tante parallele alla 6 B , esse divideranno la retta nel numero desiderato di parti uguali.



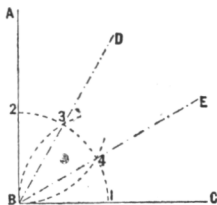
130. *Dividere la retta AB in parti proporzionali a quelle in cui è divisa la retta CD .*



All'estremità A si formi un angolo a piacere. Si porti su questa retta la CD con tutte le sue divisioni. Si unisca D con B , e da i h g f e d c b a si conducano tante parallele alla DB ; queste divideranno la AB in parti proporzionali a quelle della retta data CD .

131. *Dividere un angolo retto in tre parti uguali.*

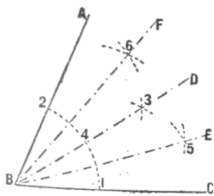
Nel vertice B si descriva l'arco 1-2. Col centro in 1 e 2 e col medesimo raggio si tagli l'arco descritto in 3-4. Da B per 3 e per 4 si conducano le rette BD e BE ,



esse divideranno l'angolo in tre parti uguali.

132. *Dividere un angolo ABC in due, quattro, otto, sedici, ecc., parti uguali.*

Col centro in B , si descriva l'arco 1-2. Col centro in 1-2 si descrivano

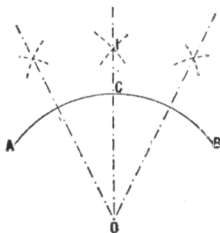


due archi, essi si intersecheranno in 3. Da B per 3 si conduca la BD , essa dividerà l'angolo in due parti.

Per ottenere l'angolo in quattro parti uguali basterà dividere gli angoli DBA e DBC .

133. *Dividere un arco di circolo AB in due, in quattro, ecc., parti uguali.*

Con raggio a piacere si faccia centro in A e B e si descrivano due archi che si intersecheranno in 1. Si conduca una retta da O (centro) ad 1, essa incontrerà l'arco nella metà in C . Per ottenere l'arco diviso in quattro parti uguali si ripeta l'operazione per AC e CB , e così di seguito se lo si vuole diviso in 8, ecc.



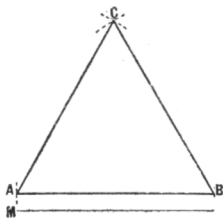
TRIANGOLI.

134. *Dato il lato M , costruire il triangolo equilatero.*

Si faccia AB uguale al dato M e col centro in A e in B e con un raggio uguale ad AB si descrivano due archi che si intersecheranno in C . Si uniscano A e B con C , e si avrà il triangolo equilatero.

135. *Data l'altezza R , costruire un triangolo equilatero.*

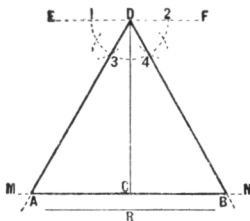
Si faccia una retta indefinita MN e da un punto C preso sopra di essa s'innalzi una perpendicolare CD lunga R , altezza data, e alla estremità D si faccia la perpendicolare EF . Si dividano gli angoli retti EDC , FDC in tre parti uguali. Dal punto D per i punti 3 e 4 si conducano



due rette: esse incontreranno la MN in A B . $A D B$ sarà il triangolo equilatero chiesto.

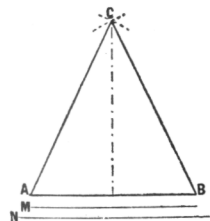
136. *Data la base M e il lato N , costruire il triangolo isoscele.*

Si faccia $A B$ uguale alla base data M ; e dai punti A e B con raggio uguale al lato dato N si descrivano due archi che

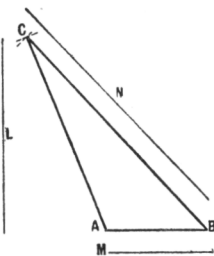


avranno il punto d'intersezione in C . Si unisca C con A e con B : la figura $A C B$ sarà il triangolo isoscele.

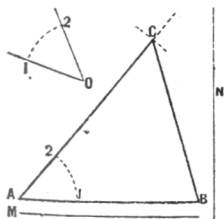
137. *Dati i lati $M N L$, costruire un triangolo scaleno.*



Si faccia $A B$ uguale ad M . Con centro in A e con raggio uguale L descrivasi un arco. Fatto poi centro in B con raggio uguale a N descrivasi un secondo arco che incontrerà il primo in C . Si unisca C con $A B$: ed otterremo il triangolo scaleno $A C B$ chiesto.



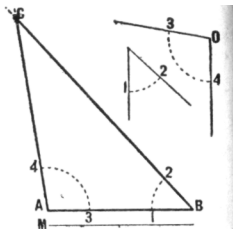
138. *Dato l'angolo O e i lati $M N$, costruire il triangolo.*



Si faccia $A B$ uguale al lato dato M . All'estremità A si faccia un angolo uguale all'angolo dato O . Sulla linea ottenuta si segni da A una distanza $A C$ uguale all'altro lato dato N . Si unisca C con B e si avrà il triangolo chiesto.

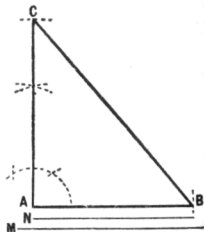
139. *Dati gli angoli $O R$ e il lato M , costruire il triangolo.*

Nell'estremità A e B si facciano gli angoli uguali ai dati. I lati degli angoli prolungati si intersecheranno in C . Si avrà così $A C B$ triangolo domandato.



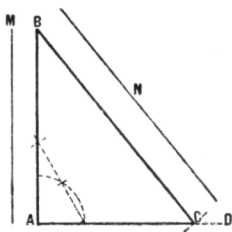
140. *Dati i due cateti $M N$, costruire il triangolo rettangolo.*

All'estremità A della retta $A B$ uguale N si innalzi una perpendicolare $A C$ uguale ad M . Si unisca C con B e si avrà il triangolo rettangolo chiesto.



141. *Dato il cateto M e l'ipotenusa N , costruire il triangolo rettangolo.*

In A estremità di una retta indefinita, s'innalzi la perpendicolare $A B$, e la si faccia uguale al cateto dato M . Col centro in B e con raggio uguale ad N (ipotenusa data), si intersechi la retta indefinita in C e si avrà determinato l'altro cateto $A C$. Si unisca B con C e si sarà così completato il triangolo rettangolo $A B C$ desiderato.



QUADRILATERI.

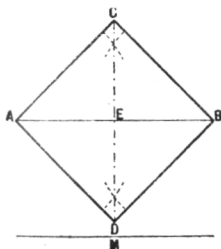
142. *Dato il lato M , costruire il quadrato.*

Sia $A B$ uguale ad M ; all'estremità A si innalzi una perpendicolare $A D$ uguale ad M . Col centro in D e B e col

raggio uguale ad M si descrivano due archi, essi si intersecheranno in C . Si unisca C con D e B ; $A B C D$ sarà il quadrato; $D B$ la diagonale.

143. *Data la diagonale M , trovare il quadrato.*

$A B$ facciasi uguale alla diagonale M

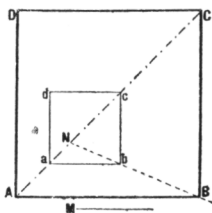


e la si divida per metà in E ; si segnino quindi i punti C e D equidistanti da E come A e B , poscia si uniscano A e B con $C D$. La figura ottenuta $A D B C$ sarà il quadrato (1).

144. *Data la differenza M fra la diagonale e il lato, trovare il quadrato.*

Si faccia un quadrato a piacere

$a b c d$, si conduca la diagonale $a c$, e vi si porti la lunghezza del lato $c b$ da c in N ; si tiri, indefinita, la retta $N b$. Si prolunghi la diagonale $c a$ e si porti da N in A una distanza uguale ad M . Si conduca da A una parallela ad $a b$ sinò all'incontro della indefinita $N b$ in B . $A B$ sarà il lato del quadrato chiesto.



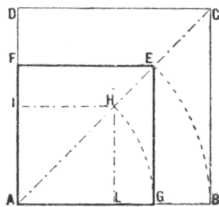
145. *Dato il quadrato, farne uno di grandezza doppia, tripla, quadrupla, quintupla, ecc.*

Sia $A B D C$ il quadrato dato; si prolunghi indefinitamente il lato $A B$. Si tracci la diagonale $A D$. Con centro in A e coll'apertura $A D$ si descriva un arco sino all'incontro della

(1) L'operazione dimostra che le diagonali del quadrato si intersecano per metà e sono perpendicolari fra di loro.

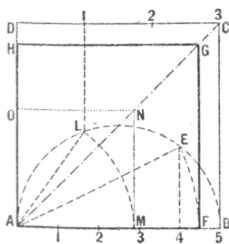
148. Dato un quadrato, farne uno della metà o di $\frac{3}{4}$ più piccolo.

Sia $ABCD$ il quadrato dato e vi si conduca la diagonale AC ; col centro in A e con raggio AB si descriva un arco sino all'incontro della diagonale in E . Da E si conducano due parallele ai lati DC e CB ; esse saranno EF e EG ; si otterrà così il quadrato $AGEF$ uguale alla metà di quello dato.



Per ottenere i $\frac{2}{4}$ del quadrato dato basterà seguitare l'operazione e portare sulla diagonale il lato AG da G in H . Da H si tiri HI parallela a DC e HL parallela a CB : $ALHI$ sarà il quadrato uguale a $\frac{1}{4}$ di quello dato.

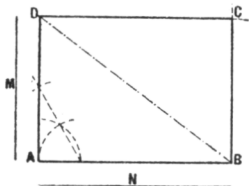
149. Dato un quadrato, farne uno di $\frac{1}{5}$, di $\frac{2}{3}$, ecc., più piccolo.



Sia $ABCD$ il quadrato. Si divida per metà il lato AB e si descriva il semicerchio AB . Si divida AB in cinque parti uguali: 1, 2, 3, 4, e da 4 s'innalzi una perpendicolare sino all'incontro del semicerchio in E ; si unisca E con A , e col centro in A si descriva l'arco EF ; AF è il lato del quadrato, che costruito sarà $\frac{1}{5}$ meno del dato.

Per fare il quadrato di $\frac{2}{3}$ minore, basterà dividere il lato CD in 3 parti. Dal punto 1 si abbassi sul semicerchio la perpendicolare $1-L$. Col centro in A e il raggio AL si porti L in M sulla AB . AM è il lato del quadrato desiderato uguale a $\frac{1}{3}$ del dato, $AMNO$ il quadrato.

150. Dati i lati $M N$, costruire il quadrilatero rettangolo.

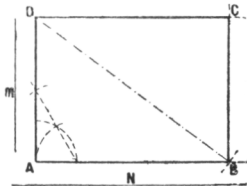


All'estremità A della retta AB uguale a N si innalzi una perpendicolare AD uguale M . Col centro in D ed un raggio AB si descriva un arco, esso intersecherà in C l'arco descritto con centro in B e raggio M . Riunendo C con

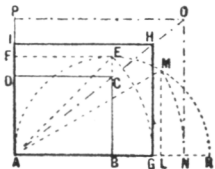
D e B si avrà il rettangolo.

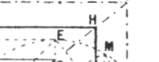
151. Data la diagonale N ed il lato M , costruire il quadrilungo o rettangolo.

All'estremità A di una retta indefinita s'innalzi una perpendicolare AD uguale ad M . Col centro in D e il raggio uguale ad N (diagonale data), si descriva un arco, esso intersecherà la retta indefinita in B . AB sarà l'altro lato del rettangolo. Col centro in B e con raggio AD si descriva un arco, esso intersecherà in C l'arco descritto con centro in D e con raggio AB . Riunendo C con D e con B si avrà il rettangolo.



152. Dato un rettangolo, costruirne uno di grandezza doppia, tripla, ecc.



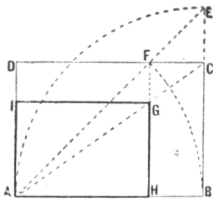
 *A B C D* sia il rettangolo dato; col lato *A B* si costruisca il quadrato *A B E F*. Con centro in *B* e con raggio uguale *A B* si descriva un semicerchio sino all'incontro della indefinita in *R*. Si conduca la diagonale *E A* al quadrato e la diagonale del rettangolo *A C* indefinita. Con centro in *A* si porti la diagonale *A E* sulla *A R* in *G*.

AG sarà uno dei lati del rettangolo. Da G s'innalzi una perpendicolare sino all'incontro della diagonale del rettangolo in H ; HG sarà l'altro lato del rettangolo. Da H si conduca HI parallela ad AG ; $AGHI$ sarà il rettangolo uguale al doppio del dato.

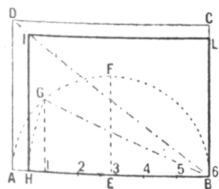
Per farlo tre volte maggiore del dato basterà dividere per metà la BR in L ; da L si innalzi una perpendicolare sino all'incontro del semicerchio in M . Con centro in A si porti M in N . Da N s'innalzi in O una perpendicolare, quindi si conduca OP parallela ad AR , il rettangolo $ANOP$ sarà tre volte maggiore del dato $ABCD$.

153. Dato il rettangolo, farne uno della metà più piccolo.

$ABCD$ sia il rettangolo dato. Si faccia BE uguale a BA . Si unisca E con A e con un arco si porti il punto B in F . Si conduca la diagonale AC ; da F si abbassi la perpendicolare alla DC , essa incontrerà la AC in G e la AB in H . Da G si conduca una parallela a DC ; questa darà il rettangolo $AHGI$ uguale alla metà del dato.

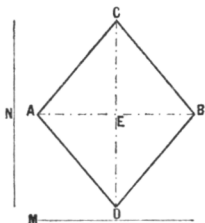


154. Dato il rettangolo, farne un altro di $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ecc., minore.



Sia $ABDC$ il rettangolo. Si divida AB per metà in E . Con centro E si descriva il semicerchio AB . Si divida AB nel numero di parti che corrisponde alla riduzione, che nel nostro caso è di sei. Da 1 s'innalzi una perpendicolare in G ; con centro in B si porti G sulla AB in H . Da H si innalzi una perpendicolare sino all'incontro della diagonale BD in I ;

da I conducasi una parallela IL a DC . Il rettangolo $HBLI$ sarà minore di $\frac{1}{6}$ del dato.

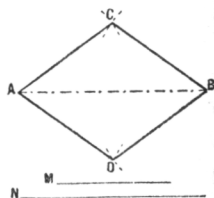


155. Costruire un rombo o lozanga di cui si conoscono le diagonali MN .

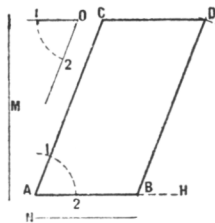
Le due diagonali s'intersechino perpendicolarmente sulla metà come per il quadrato. Si congiungano gli estremi A D B C e si avrà il rombo (1).

156. Costruire un rombo di cui si conosce il lato M e la diagonale N .

Col centro in A e B , estremi della diagonale N , e con raggio uguale al lato dato M , si descrivano degli archi, essi si intersecheranno in C e D . Si congiunga A e B con CD , si avrà il rombo chiesto.



157. Dati i lati adiacenti MN e l'angolo compreso O , costruire il romboide.



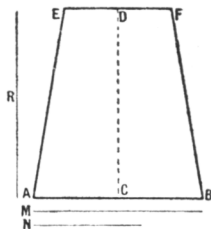
Si tiri AB uguale al lato dato N . All'estremità A si faccia l'angolo uguale al dato O ; e la retta ottenuta AC si faccia uguale al lato dato M . Con centro in C e il raggio uguale ad N si descriva un arco, esso intersecherà in D l'arco descritto con centro in B e il raggio uguale ad M .

Si unisca il punto d'intersezione D con C e B , e si avrà il romboide desiderato.

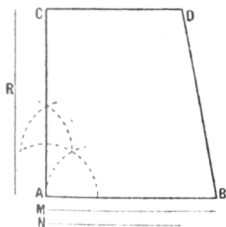
(1) Le diagonali di un rombo o lozanga sono perpendicolari fra loro e si intersecano per metà, come nel quadrato, ma non sono uguali.

158. *Costruire il trapezio, dati i lati MN e l'altezza R .*

Sulla metà C della retta AB uguale a M si innalzi la perpendicolare CD alta R . Da D si conduca la parallela ad AB , e la si faccia lunga quanto N , disponendola metà per parte da D , e si avrà gli estremi E, F . Si unisca E con A ed F con B e si avrà il trapezio.



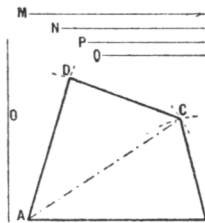
159. *Costruire un trapezio rettangolo, dati i lati paralleli MN e l'altezza R .*



All'estremità A di una retta AB uguale ad M si faccia la perpendicolare AC uguale ad R . Dall'estremità C si conduca la parallela CD ad AB e la si faccia a partire da C uguale N . Si unisca D con B , e si avrà il trapezio chiesto.

160. *Costruire un trapezoide, data la diagonale O e i lati $MNPQ$.*

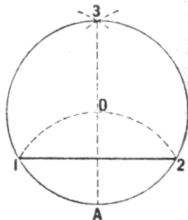
Si faccia AB uguale al lato dato M . Con centro in A e con raggio uguale alla diagonale O si intersechi in C l'arco descritto con centro in B e raggio uguale al lato dato Q . Con raggio uguale al lato dato P e con centro in C si intersechi in D l'arco descritto con centro in A e raggio uguale al lato dato N . Si unisca l'intersezione D con A e C , e l'intersezione C con B , e si avrà il trapezoide desiderato $ABCD$.



DIVISIONE DELLE CIRCONFERENZE.

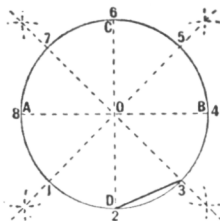
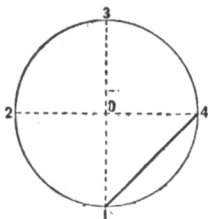
161. *Dividere la circonferenza in tre parti uguali, conoscendone il raggio.*

Col raggio si faccia centro in un punto qualunque A della circonferenza e si descriva l'arco 1-2; la distanza 1-2 dividerà in tre parti la circonferenza.



162. *Data la circonferenza, dividerla in quattro, in otto, in sedici ecc. parti uguali.*

Si facciano due diametri 1-3 e 2-4 perpendicolari fra di loro; essi divideranno in quattro parti uguali la circonferenza.



163. Se gli archi AC , CB si dividono per metà, le linee passando per il centro della circonferenza la divideranno in otto parti uguali (1).

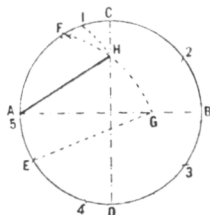
164. Se si ripeterà l'operazione, cioè si condurranno le bisettrici degli angoli $A O 7$, $7 O C$, $C O 5$, $5 O B$,

(1) Questa operazione di dividere in due parti lo spazio ottenuto si può applicare all'infinito, tanto in questo problema che in qualunque altro problema di divisione in parti uguali; esso darà costantemente il raddoppio; 16 diventerà 32, 64, 128, ecc.; 36 diventerà 72, 144, 288, ecc.; 20 diventerà 40, 80, 160, 320, ecc.

e si prolungheranno, esse divideranno la circonferenza in 16 parti uguali.

165. *Dividere la circonferenza in cinque, in dieci, in venti, in quaranta, ecc. parti uguali.*

Si facciano due diametri perpendicolari AB e CD . Da D , con il raggio si tagli la circonferenza in E , e da A la si tagli in F . Dal punto E si descriva l'arco FG , esso intersecherà il diametro CD in H . La linea HA è la corda della quinta parte della circonferenza.

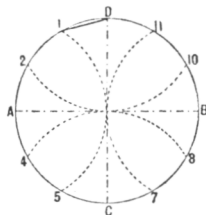
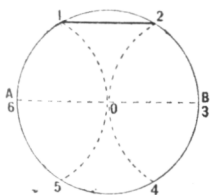


166. Se si porta successivamente HA da A e da B si otterrà la circonferenza divisa in 10 parti uguali.

167. Se si porta HA da A , da B , da C e da D , la circonferenza resterà divisa in 20 parti uguali. Se alle divisioni ottenute si condurrà le bisettrici si dividerà la circonferenza in quaranta parti uguali e replicando in ottanta, ecc.

168. *Dividere la circonferenza in sei, in dodici, in ventiquattro, ecc. parti uguali.*

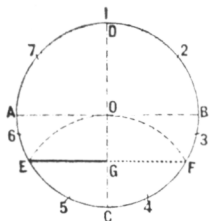
Il raggio divide esattamente la circonferenza in sei parti.



169. Se si porta successivamente il raggio da A , da D , da B e da C , la circonferenza resterà divisa in 12 parti uguali.

170. Se si divide gli spazii 1-2, 2 A, ecc. in due parti uguali la circonferenza resterà divisa in 24 parti uguali (1).

171. Dividere la circonferenza in sette parti, in quattordici, in ventotto, ecc. parti uguali.



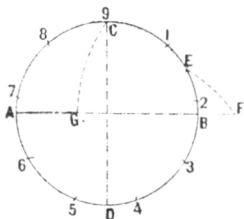
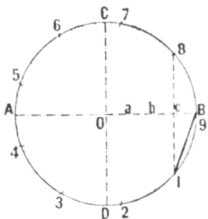
Con centro in C si descriva l'arco EF . Si unisca E con F e si avrà G . EG divide in sette la circonferenza.

172. Se si porta EG da A e da B la circonferenza resterà divisa in 14 parti uguali.

173. Se da A , da B , da C e da D si porta EG sulla circonferenza, essa resterà divisa in 28 parti uguali (1).

174. Dividere la circonferenza in nove, in diciotto, in trentasei, ecc. parti uguali.

La linea perpendicolare 1-8 condotta per il punto c quarto del raggio OB ci dà $B1$ che divide in nove parti la circonferenza.



175. Da C con il raggio si intersechi la circonferenza in E , dall'altra estremità D con il raggio DE si descriva

(1) Vedi nota a pagina 36.

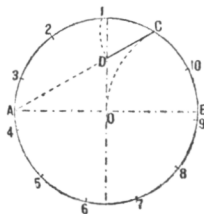
l'arco EF , esso incontra il prolungamento del diametro AB in F . Da F colla medesima apertura di compasso si descriva l'arco CG . GA è la corda della nonesima parte della circonferenza.

176. Se si porta successivamente AG da A e da B sulla circonferenza, essa resterà divisa in 18 parti uguali.

177. Se si porta successivamente AG da A , da C , da B e da D sulla circonferenza, essa resterà divisa in 36 parti uguali (1).

178. *Dividere la circonferenza in undici, in ventidue, ecc. parti uguali.*

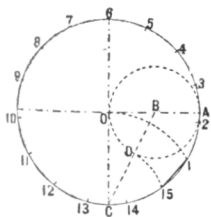
Col centro in B e col raggio BO si descriva l'arco OC . Si unisca C con A ; CA incontrerà il diametro in D ; DC dividerà in undici parti la circonferenza.



179. Se si porta successivamente DC da A e da B sulla circonferenza, essa resterà divisa in 22 parti uguali (1).

180. *Dividere la circonferenza in quindici parti uguali.*

Si divida il raggio OA per metà in B . Si unisca C con B ; con centro in B e col raggio BO descrivasi una circonferenza, essa intersecherà CB in D . Con centro in C descrivasi l'arco $O1$ e l'arco $D15$; lo spazio $1-15$ dividerà in quindici parti la circonferenza (2).

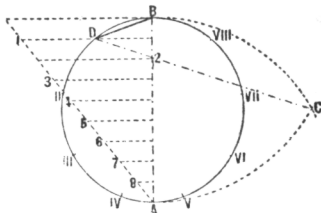


(1) Vedi nota a pagina 36.

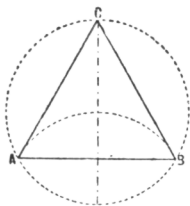
(2) Se con centro C si porta D da ambe le parti, l'arco descritto cadrà in $12-15$ ossia la quinta parte della circonferenza, da ciò risulta che questa operazione si può anche applicare per dividere una circonferenza in cinque parti uguali.

181. *Dividere una circonferenza in un numero qualunque di parti uguali.*

Si divida in parti uguali il diametro AB nel numero che si desidera, per es. in *nove*, quindi con centro in A e B e con raggio uguale al diametro si descrivano due archi, essi si intersecheranno in C . Da C per 2 conducasi una linea retta, essa incontrerà la circonferenza in D ; DB dividerà in nove parti la circonferenza (1).



POLIGONI REGOLARI INSCRITTI.

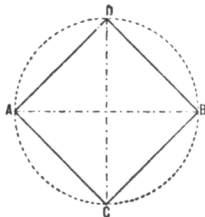


182. *Data la circonferenza, inscrivere il triangolo equilatero.*

Si divida la circonferenza in tre parti uguali, operando come nel problema 161, e si avrà i punti $A B C$, che uniti con rette daranno la figura chiesta.

183. *Data la circonferenza, inscrivere un quadrato.*

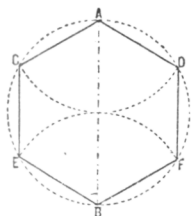
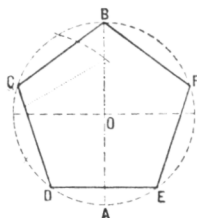
Si facciano i diametri perpendicolari AB e CD ; si unisca le estremità con delle rette, cioè: A con C , C con B , B con D e D con A e si avrà il quadrato (162).



(1) Notisi che qualunque sia il numero di parti in cui si desidera dividere la circonferenza, l'operazione non cambia che nella divisione del diametro nel numero desiderato; la retta CD deve passare sempre per 2.

184. *Inscrivere un pentagono regolare, data la circonferenza.*

Si divida la circonferenza in cinque parti, $B C D E F$ siano i punti ottenuti. Si unisca con delle rette B con C , C con D , D con E , E con F e F con B ; la figura ottenuta sarà il pentagono regolare desiderato (165).

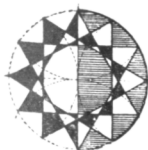
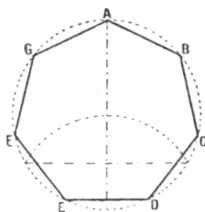


185. *Data la circonferenza, inscrivere un esagono regolare.*

Essendo il raggio la corda contenuta esattamente 6 volte dalla circonferenza, basterà con esso ottenere i punti $A B C D E F$, che uniti, con segmenti di rette, formeranno il poligono regolare esagonale chiesto (168).

186. *Data la circonferenza, inscrivere un ettagono regolare.*

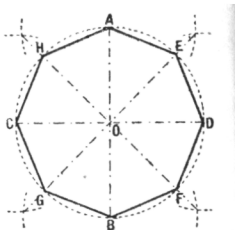
Si divida la circonferenza in sette parti e siano $A B C D E F G$ i punti ottenuti. Si unisca A con B , B con C , C con D , D con E , E con F , F con G e G con A e si avrà l'ettagono regolare domandato (171).



Rosette stellate a 12 punte, ottenute con 4 triangoli equilateri

187. *Data la circonferenza, inscrivere un ottagono regolare.*

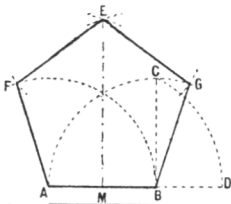
Si divida la circonferenza in otto parti uguali (162) e siano $A E D F B G C H$ i punti ottenuti. Questi punti saranno i vertici dell'ottagono regolare desiderato.



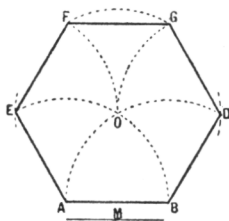
POLIGONI REGOLARI.

188. *Dato il lato M , costruire un pentagono regolare.*

Su una retta indefinita si segni $A B$ uguale M . Nel punto B s'innalzi la perpendicolare $B C$ uguale $A B$; si divida per metà il lato $A B$, e vi si faccia centro portando il punto C sul prolungamento di $A B$ in D . Con centro in A e B e con raggio uguale ad $A D$ si descrivano due archi, essi si intersecheranno in E . Con il lato dato M per raggio nei punti $A B E$ si descrivano degli archi, essi si intersecheranno in $F G$. Riuniscasi $B G E F A$ e si sarà ottenuto il pentagono.



189. *Dato il lato M , costruire un esagono.*

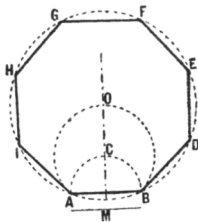


All'estremità $A B$, retta uguale ad M , col raggio uguale ad $A B$ si descrivano degli archi indefiniti che avranno il loro punto d'intersezione in O . Col centro O ed il raggio uguale ad $A B$ si descriva una semicirconferenza che determinerà i punti $E D$. Con centro $E D$ e raggio

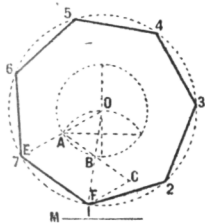
AB si ottenga i punti FG . Si unisca $ABDGFE$ e si avrà l'esagono.

190. Dato il lato M , costruire l'ottagono regolare.

Si faccia AB uguale M e vi si innalzi sulla metà una perpendicolare. Si descriva un semicerchio con diametro AB che incontrerà la perpendicolare in C . Con centro in C e il raggio CA si descriva un arco che intersecherà la perpendicolare in O . O come centro e OA come raggio serviranno a descrivere una circonferenza che conterrà M , lato dato, otto volte.



191. Dato il lato M , costruire un poligono regolare.

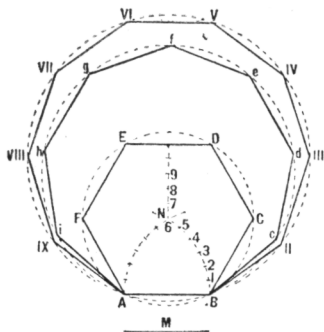


Si divida una circonferenza di raggio minore del lato dato, pel numero di parti che si desidera: p. es. in *sette*. Dal punto O come centro, per i punti A e B , estremità di una delle divisioni, si facciano passare due raggi indefiniti. Si tiri da A per B una retta AC uguale al lato dato M .

Da C si conduca una parallela ad OA sino all'incontro in F del raggio OB . Con centro in O ed il raggio OF si descriva la circonferenza che conterrà sette volte M (1).

(1) Come si è operato per questa figura si faccia per qualunque altro poligono.





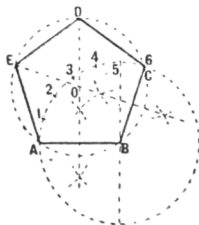
192. 2ª Soluzione.

Sia AB uguale M . Dai punti A e B come centri e con raggio uguale alla distanza che passa fra di loro, descrivansi due archi di circolo, essi si incontreranno in N . Dividasi l'arco NB in sei parti uguali; prendansi tre divisioni e si portino dal punto N , sulla perpendicolare, in 9 . Dal punto 9 come centro e con raggio uguale a $9A$ descrivasi un circolo;

la corda AB deve essere contenuta nove volte in questo circolo (1).

193. 3ª Soluzione.

Sia da costruirsi un pentagono su AB . Con centro in B e con raggio uguale al lato dato AB si descriva una circonferenza e la si divida in 20 parti uguali. Il pentagono ha un angolo uguale a $\frac{6}{5}$ di retto, dunque uniscasi il punto 6 con B , si sarà così ottenuto AB e BC lati del pentagono, sulla cui metà si conducano le perpendicolari, esse s'incontreranno in O , centro della circonferenza che servirà per completare il pentagono.



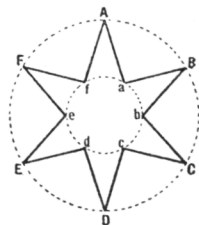
194. Per l'ettagono si divida la circonferenza in 28 parti uguali e si riunisca il punto B col punto 10, l'angolo dell'ettagono essendo uguale a $\frac{10}{7}$. E così dicasi per tutti i poligoni regolari da costruirsi dato il lato.

(1) Notisi che col centro 7 il circolo avrebbe contenuto sette volte la corda AB ; e se il centro fosse 8, otto volte la AB ; e così dicasi per 10, 11, ecc. La perpendicolare in N può essere indefinita.

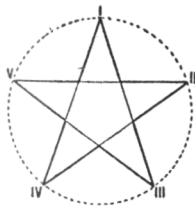
POLIGONI STELLATI.

195. *Costruire un poligono stellato regolare che abbia sei punte, dati due cerchi.*

Si divida il cerchio maggiore in sei parti $A B C D E F$, e il cerchio minore pure in sei parti negli intermezzi, e si avrà $a b c d e f$. Si unisca A con $a f$, B con $a b$, C con $b c$, D con $c d$, E con $d e$, F con $e f$. La figura ottenuta è un poligono stellato con sei punte.



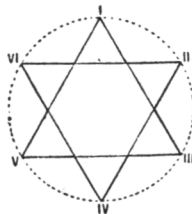
196. *Costruire un poligono stellato regolare con cinque punte o dieci lati.*



Si divida la circonferenza in cinque parti e si otterrà i punti I, II, III, IV, V; si unisca quindi I con III, III con V, V con II, II con IV e IV con I e si sarà ottenuto il poligono stellato chiesto (1).

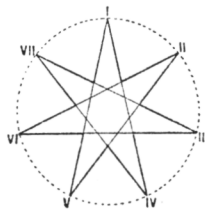
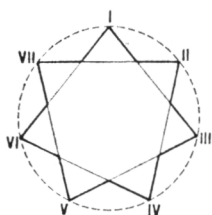
197. *Costruire un poligono stellato regolare con sei punte o dodici lati.*

Ottenuti i punti I, II, III, IV, V, VI che sono le punte, si facciano i due triangoli equilateri I, III, V e II, IV, VI, essi daranno il poligono stellato domandato.



(1) Dei poligoni regolari stellati se ne può fare un numero indefinito; basterà operare come per i problemi 195-196 e riunire i punti ottenuti alternativamente; si osservi che ogni punta (vertice) ha due lati; per es. un poligono stellato di diciotto lati ha nove punte o vertici.

198. Costruire un poligono stellato regolare con sette punte o quattordici lati.



1ª Soluzione.

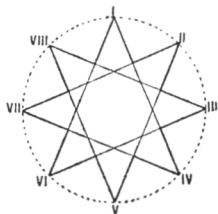
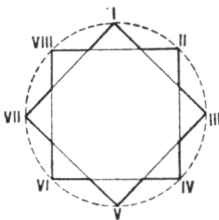
Si unisca I con III, III con V, V con VII, VII con II, II con IV, IV con VI e VI con I.

199. 2ª Soluzione. Si unisca I con IV, IV con VII, VII con III, III con VI, VI con II, II con V, V con I.

200. Costruire un poligono stellato con otto punte o sedici lati.

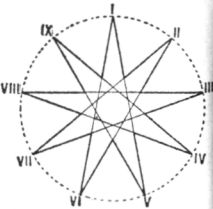
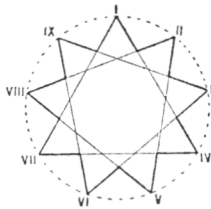
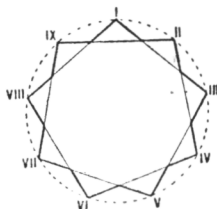
1ª Soluzione.

Si eseguiscano due quadrati I, III, V, VII numeri dispari e II, IV, VI, VIII numeri pari.



201. 2ª Soluzione. Si unisca I con IV, IV con VII, VII con II, II con V, V con VIII, VIII con III, III con VI, VI con I.

202. Costruire un poligono regolare stellato con nove punte o diciotto lati.

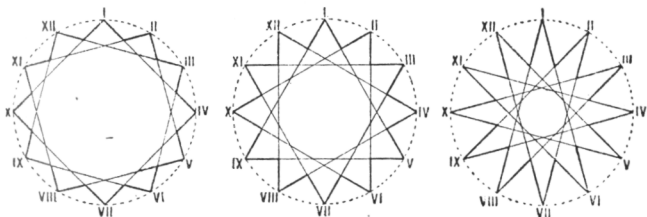


1^a Soluzione. Si unisca I con III, III con V, V con VII, VII con IX, IX con II, II con IV, IV con VI, VI con VIII, VIII con I.

203. 2^a Soluzione (*Con tre triangoli equilateri*). Si unisca I con IV, IV con VII, VII con I; II con V, V con VIII, VIII con II; III con VI, VI con IX, IX con III.

204. 3^a Soluzione. Si unisca I con V, V con IX, IX con IV, IV con VIII, VIII con III, III con VII, VII con II, II con VI e VI con I.

205. *Costruire un poligono stellato regolare con dodici punte o di ventiquattro lati.*



1^a Soluzione (*Con tre quadrati*).

Si unisca I con IV, IV con VII, VII con X, X con I; II con V, V con VIII, VIII con XI, XI con II; III con VI, VI con IX, IX con XII e XII con III.

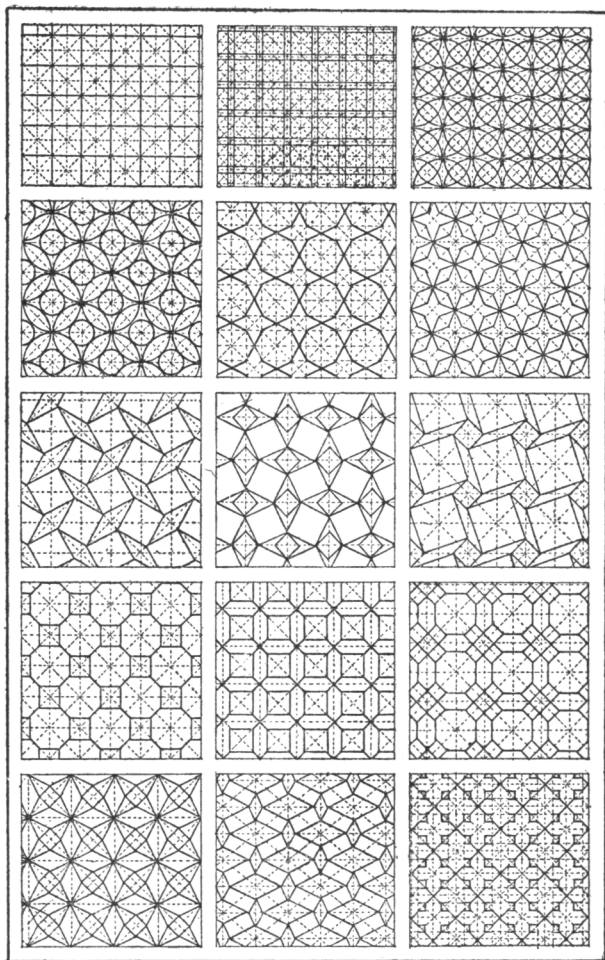
206. 2^a Soluzione (*Con quattro triangoli*).

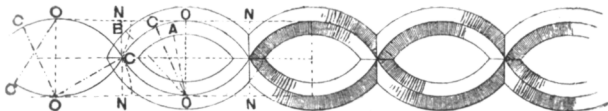
Si unisca I con V e IX; II con VI e X; III con VII e XI; e IV con VIII e XII.

207. 3^a Soluzione (*Concatenazione*).

Si unisca I con VI, VI con XI, XI con IV, IV con IX, IX con II, II con VII, VII con XII, XII con V, V con X, X con III, III con VIII e VIII con I.

Motivi ornamentali - Rete a quadrati.





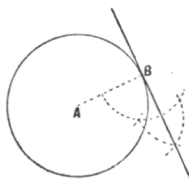
TANGENTI, RACCORDAMENTI E CURVE POLICENTRICHE.

TANGENTI.

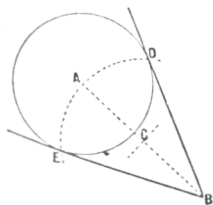
208. *Tangente* deriva da « tangere » che significa stare a contatto, perciò una linea, una superficie, ecc. quando tocca altra linea, superficie, ecc. dicesi *tangente* e il punto dove tocca dicesi *punto di contatto*.

209. *Da un punto B sulla circonferenza far passare una tangente.*

Si unisca *B* col centro *A* della circonferenza e all'estremità *B* si faccia passare una perpendicolare; questa sarà la tangente domandata.

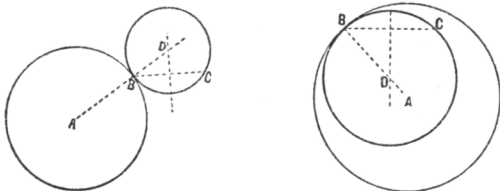


210. *Da un punto B condurre due tangenti ad un circolo.*



Si unisca *B* con *A* centro del circolo. Si divida per metà *AB* in *C*. Col centro in *C* e col raggio *CA* si descriva un arco che intersecherà la circonferenza data in *E* e *D*. Da *B* per *E* e per *D* si traccino due rette; queste saranno le tangenti.

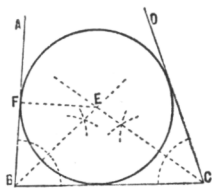
211. *Costruire una circonferenza tangente in B ad altro cerchio passante per un punto C .*



Si unisca il centro A con B , e se è il caso si prolunghi la retta. Si unisca B con C punto dato; sulla metà di BC si conduca una perpendicolare che incontrerà la AB in D ; D sarà il centro che col raggio DB servirà a descrivere la circonferenza tangente in B e passante per C .

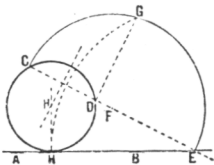
212. *Costruire una circonferenza tangente a tre rette date formanti due angoli.*

Si conducano le bisettrici dei due angoli ABC e DCB che s'incontreranno in E . Da E si abbassi una perpendicolare EF sulla AB ; EF sarà il raggio della circonferenza tangente che si descrive col centro in E .



213. *Costruire una circonferenza tangente a una retta AB e passante pei punti C e D .*

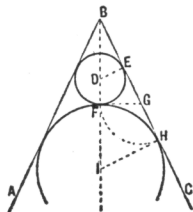
Da C per D conducasi una retta indefinita sino all'incontro della AB in E . Si divida EC per metà in F e con raggio uguale FE si descriva il semicerchio. Da D s'innalzi una perpendicolare alla CE , essa incontrerà il semicerchio in G . Col centro in E si porti il punto



G sulla AB in H . Dalla metà della DC e dal punto H si conducano delle perpendicolari, esse si intersecheranno in I . IH sarà il raggio del circolo tangente in H alla retta data e che passerà per D e C , punti dati.

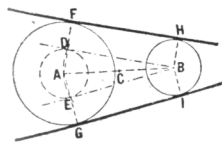
214. Dato un angolo ABC , tracciare un numero indefinito di circonferenze che siano tangenti ai due lati e fra di loro.

Da un punto D preso sulla bisettrice si abbassi su uno dei lati una perpendicolare DE ; questa sarà il raggio della prima circonferenza. Nel punto F dove la circonferenza interseca la bisettrice si tracci una perpendicolare, essa incontrerà il lato dell'angolo BC in G . Col centro in G e raggio GF si descriva l'arco FH . Da H si tracci la perpendicolare, essa incontrerà la bisettrice in I ; I sarà il centro che col raggio IH servirà a tracciare la circonferenza tangente ai lati e tangente alla prima nel punto F .



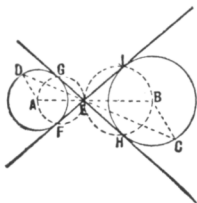
Se si desidera più circoli basterà continuare l'identica operazione.

215. Tracciare due tangenti comuni a due circoli AB .



A e B , centri dei due circoli, si uniscano con una retta. Si descriva colla differenza dei due raggi nel circolo maggiore un circolo. Si traccino da B due tangenti DE a questo circolo. Si faccia da A per D ed E dei raggi alla circonferenza del circolo maggiore e si avrà F e G . Da B si conducano due raggi paralleli ad AF ed AG che saranno BH e BI . Per F e per H conducasi una retta; per I e G si faccia lo stesso; queste saranno le tangenti desiderate.

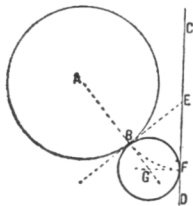
216. *Tracciare due tangenti interne comuni a due cerchi A e B .*



Si uniscano i due centri A e B . Da A e B si conducano due raggi paralleli BC e AD in senso opposto. Si tracci la retta CD , essa incontrerà AB in E . Con diametro AE e EB si descrivano due circonferenze che intersecheranno le circonferenze date A e B nei punti $FGHI$. Si conduca per G e H una retta e per F e I un'altra; queste saranno le tangenti chieste.

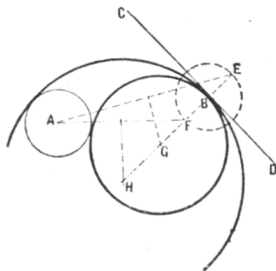
217. *Disegnare un circolo tangente in B ad altro circolo e tangente alla retta CD .*

Da A , centro del circolo, si tracci una retta che passi per B . All'estremità B si conduca una perpendicolare indefinita alla AB ; essa incontrerà la CD in E . Con centro in E si porti B sulla CD in F . Da F si conduca una perpendicolare sino all'incontro della indefinita AB in G . Il raggio della circonferenza domandata sarà FG ed il suo centro G .



218. *Disegnare due archi di circolo tangenti in un punto B di una retta data CD e tangenti ad un circolo A .*

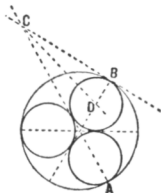
Alla CD nel punto B si tracci una perpendicolare indefinita. Col raggio del circolo A si tagli la perpendicolare in E . Si unisca E con A e sulla



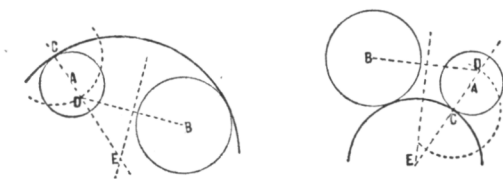
metà conducasi una perpendicolare sino all'incontro della retta EF in G . GB sarà il raggio di uno degli archi tangenti in B e che toccherà il circolo A . Si unisca A con F e sulla metà si conduca una perpendicolare sino all'incontro della indefinita EF in H ; HB sarà l'altro raggio che col centro in H servirà a descrivere l'altro arco tangente in B e tangente al circolo A .

219. *Disegnare tre o più circoli tangenti fra loro e tangenti ad un circolo dato.*

Si divida in sei parti la circonferenza data, e vi si traccino i tre diametri. Si prolunghi indefinitamente il diametro A e all'estremità B del diametro successivo si conduca una perpendicolare sino all'incontro della indefinita A in C ; si conduca la bisettrice dell'angolo ACB , che incontrerà il diametro B in D . DB sarà il raggio dei circoli chiesti.



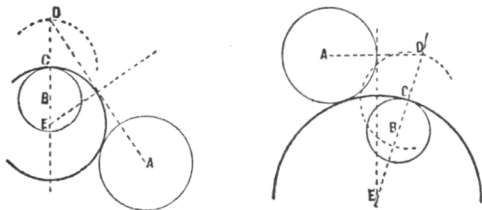
220. *Disegnare un arco o una circonferenza tangente a due circoli di vario raggio, sopra uno dei quali è dato il punto C di contatto*



A e B siano i circoli dati, A abbia il punto C . Da C per A si conduca una retta indefinita. Col raggio della circonferenza B si faccia centro in C e si intersechi la retta indefinita in D . Uniscasi D col centro B ; sulla metà di BD si tracci una perpendicolare sino all'incontro della CD

in E ; col centro in E e il raggio EC descrivasi l'arco chiesto.

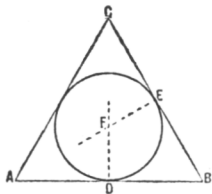
221. *Fare un arco o una circonferenza tangente alternativamente a due cerchi di vario raggio, sopra uno dei quali è dato il punto C di contatto.*



A e B siano i cerchi dati; B abbia il punto C . Col centro in C e il raggio della circonferenza A si intersechi la retta indefinita che passa per BC in D . Si unisca D con A e sulla metà vi si conduca una perpendicolare che incontrerà BC in E . Col centro in E e il raggio EC descrivasi un arco, questo sarà pure tangente al cerchio A .

CIRCOLI INSCRITTI.

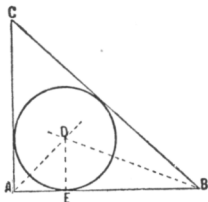
222. *Dato il triangolo equilatero ABC , inscrivere un circolo tangente.*



Sopra la metà di AB e BC , lati del triangolo equilatero, si innalzano delle perpendicolari; esse avranno il punto d'intersezione in F . Si faccia centro in F e con il raggio FE si descriva il circolo tangente domandato.

223. Dato un triangolo rettangolo $A B C$, inscrivere un circolo.

Conducansi due bisettrici per due dei suoi angoli; esse avranno il punto d'intersezione in D . Da D si abbassi una perpendicolare su un lato; sia per noi $D E$; questa sarà il raggio del circolo chiesto.

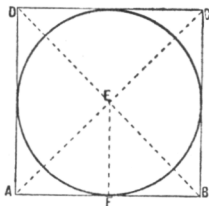


224. Dato un triangolo $A B C$ qualunque, inscrivervi un circolo.

Si operi come per la figura precedente (1).

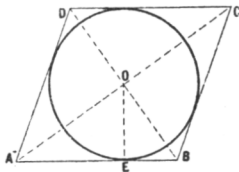
225. Dato un quadrato $A B C D$, inscrivervi un circolo.

Conducansi le diagonali $A C$ e $B D$; esse si intersecheranno in E . Da E si abbassi una perpendicolare $E F$ su un lato; questo sarà il raggio del circolo domandato.



226. Dato un rombo inscrivere una circonferenza tangente ai lati.

Sia $A B C D$ il rombo dato; si facciano le diagonali $A C$ e $D B$, esse avranno il punto d'intersezione in O . Da O si abbassi una perpendicolare su $A B$, essa sarà $O E$; quindi con centro in O e raggio $O E$ si delinei la circonferenza, essa sarà tangente ai lati come si desiderava (2).

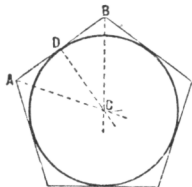


(1) Il triangolo è l'unico poligono irregolare nel quale, qualunque siano i suoi lati, può sempre inscrivere una circonferenza.

(2) Nei diversi quadrilateri solo nel quadrato e nel rombo può inscrivere una circonferenza tangente a tutti e quattro i lati.

227. *Dato un pentagono, esagono, ecc., regolare, inscrivervi un circolo.*

1° Metodo.

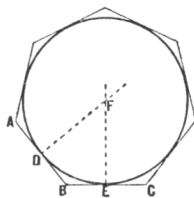


Si conducano le bisettrici a due angoli del poligono dato, esse avranno il punto d'intersezione in C ; da C si abbassi una perpendicolare su uno dei lati, nel nostro caso sarà CD . Con centro in C e raggio CD si delinei

il circolo inscritto domandato.

228. 2° Metodo.

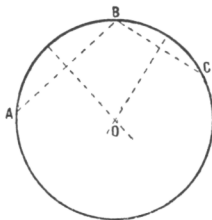
Sulla metà di due lati, del poligono dato, si conduca delle perpendicolari; esse si intersecheranno in F . Il punto F sarà il centro, la distanza FE sarà il raggio, che servirà a descrivere il circolo inscritto desiderato.



RACCORDAMENTI.

229. *Raccordare con un arco i tre punti dati ABC .*

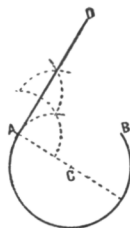
Si unisca A con B e B con C e sulla metà delle rette AB e BC si conducano le perpendicolari; esse avranno il loro punto d'intersezione in O centro dell'arco che passerà per ABC ed adempierà al chiesto del problema (1).



(1) La stessa operazione si fa per trovare il centro di un arco o d'una circonferenza: vi si prendono tre punti a piacere, su di essi, si uniscono, e l'intersezione delle perpendicolari condotte sulla metà daranno il centro.

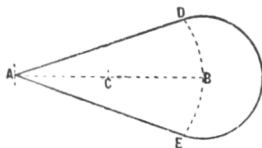
230. Dato un arco di circolo BA , raccordarlo nel punto A ad una retta AD .

Si segni il raggio CA nel punto A dato, si faccia una perpendicolare eguale alla retta data AD ; questa sarà la raccordata chiesta.



231. Dato un punto A , raccordarlo con due rette ad un arco.

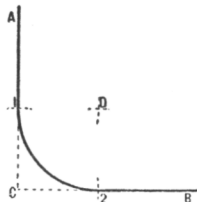
Si unisca A con B centro dell'arco, quindi



si divida AB per metà in C . Con centro in C e raggio CA si intersechi l'arco in DE . Si unisca DE con A e si avrà il raccordamento.

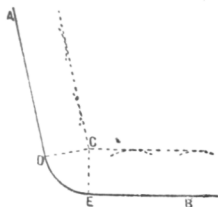
232. Date due rette perpendicolari fra loro, raccordarle.

Si prolunghino le rette date finchè si incontrino in C , e da C si segnino i punti 1 e 2 equidistanti; con raggio uguale $1C$ si faccia centro in 1 e 2 ; si descrivano due archi, essi si intersecheranno in D . Con centro in



D si descriva l'arco 1 con 2 , esso raccorderà le rette date.

233. Date due rette che formino angolo ottuso, raccordarle.

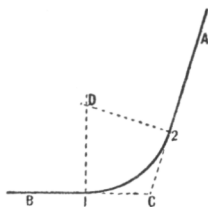


1ª Soluzione.

Ad una distanza a piacere si traccino due parallele, interne, ai lati; esse s'incontreranno in C . Da C si abbassino le perpendicolari CD e CE ; quindi con centro in C si descriva l'arco DE , esso raccorderà le rette date.

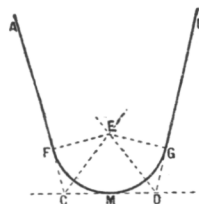
234. 2ª Soluzione.

Si prolunghino le rette date sino ad incontrarsi in C . Equidistanti da C si segnino 1 e 2, indi in 1 e 2 si conducano delle perpendicolari, esse si intersecheranno in D . Facendo centro in D e col raggio $D1$ descrivasi l'arco 1, 2, che risolverà il problema.

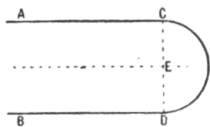


235. Date due rette, raccordarle con un arco di cerchio che deve passare per M .

Per M si conduca una orizzontale e si prolunghino ad incontrarla in CD le rette date. Si traccino le bisettrici degli angoli ACD e BDC , esse si intersecheranno in E . Da E si abbassino le perpendicolari sulle rette date, e si otterranno i punti FG che si raccorderanno con centro in E .



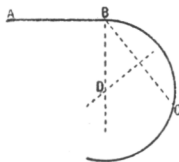
236. Date due parallele, raccordarle con un semicerchio.



Siano AC e BD le parallele date. Si conduca la perpendicolare CD comune alle due rette e la si divida per metà in E ; col centro in E si unisca D con C .

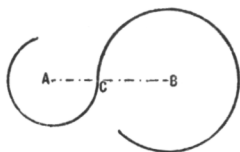
237. Congiungere una retta AB con un arco di circolo che passi per C .

All'estremità B della retta AB data si conduca una perpendicolare, e si unisca B con C . Nella metà di BC si tracci una perpendicolare, essa intersecherà l'altra in D . Si faccia centro in D e col raggio DB si descriva l'arco richiesto BC .

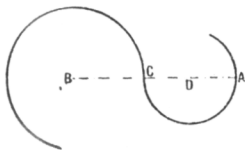


238. *Raccordare due archi di cerchio, di cui son dati i raggi $A C$ e $C B$.*

Si tracci una retta $A B$ uguale alla somma dei due raggi, e alle estremità A e B , con raggi uguali ai dati, si descrivano i due archi, essi si raccorderanno in C .



239. *Disegnare un arco passante per un punto dato A che si raccordi con altro arco.*

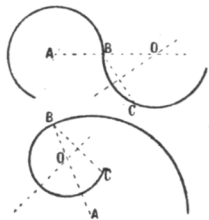


Con una retta si unisca il punto A con B centro dell'arco dato; essa ci darà l'estremità C . Si divida per metà CA ed otterremo il centro O che servirà a descrivere l'arco, raccordante in C e

passante per A .

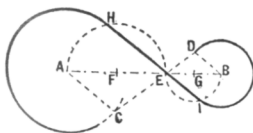
240. *Dato un arco descriverne un altro che passi per C e si congiunga al primo in B .*

Da A (centro dell'arco dato) per B si conduca una retta indefinita; si unisca B con il punto dato C e sulla metà si conduca una perpendicolare; essa incontrerà in O la retta indefinita. O sarà il centro dell'arco che si raccorderà in B passando per C .



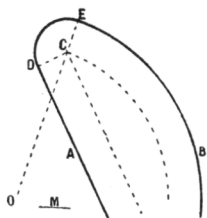
241. *Dati due archi, raccordarli con una retta.*

Si uniscano i centri A e B . Da A e B si traccino due raggi paralleli, in senso opposto, essi incontreranno la circonferenza in D e C ; si segni DC che intersecherà la AB in E . Si divida EB ed EA per metà in $F G$. Col centro in F e G coi raggi FE e GE si descri-



vano due circonferenze, esse incontreranno gli archi dati in $H I$; si unisca H con I e la figura sarà raccordata.

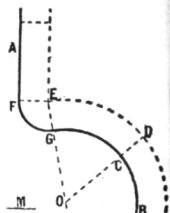
242. *Raccordare un arco colla propria corda per mezzo d'un arco di raggio dato M .*



Alla distanza del raggio dato M si conducano le parallele tanto alla corda $A D$ che all'arco $E B$; esse s'incontreranno in C . Da O , centro dell'arco, per C si conduca un raggio $O C E$. Da C si abbassi una perpendicolare alla corda in D . Con centro in C si tracci l'arco chiesta $D E$.

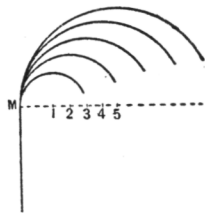
243. *Congiungere una retta A con un arco B per mezzo d'altro raggio dato M .*

Alla distanza data M , si conduca una parallela alla retta A . Si tiri il raggio (a piacere) $O C$ e col dato M si prolunghi in D . Con centro in O si descriva l'arco D , esso incontrerà la parallela alla A in E . Si ottengano i punti $G F$ unendo E con O e dallo stesso punto E abbassando la perpendicolare. Con centro in E si raccordi F con G .



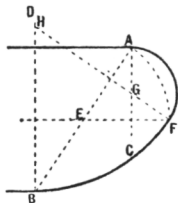
244. *Descrivere uno o più archi raccordati in M estremità di una retta.*

All'estremità M della retta data si conduca una perpendicolare e su di essa si segnino i centri $1\ 2\ 3\ 4\ 5$, ecc. Con raggio uguale alla distanza di ciascuno di questi centri da M , si descrivano gli archi raccordati in M come chiesta.

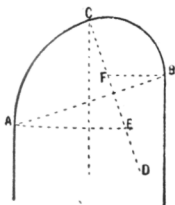


245. *Date due rette parallele d'ineguale lunghezza, raccorciarle con due archi di circolo.*

All'estremità A e B si conducano le perpendicolari AC e BD , quindi si unisca A con B estremità, e sul mezzo in E si conduca una parallela alle rette date. Dal punto E con raggio EA , si descriva l'arco AF ; da F si conduca una perpendicolare alla AB , essa incontrerà in G e in H le perpendicolari tracciate dai punti A e B . Col centro in G si tracci l'arco AF e col centro in H l'arco FB , e le due parallele saranno raccordate.



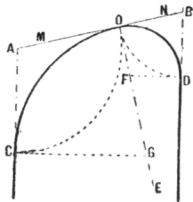
246. *Date due parallele d'ineguale lunghezza, raccorciarle con due archi di circolo che devono congiungersi in C .*



Si unisca A con B , estremità delle rette parallele date; da C vi si abbassi una perpendicolare indefinita CD . In A e B si facciano le perpendicolari alle parallele; esse incontreranno la CD in E ed F . Col centro in E si descriva l'arco AC e con centro in F l'arco CB .

247. *Date due parallele d'ineguale lunghezza, raccorciarle in O punto dato sulla retta MN con due archi di cerchio.*

Si prolunghino le parallele fino all'incontro della retta data in A e B . Col centro in A ed il raggio AO si descriva l'arco OC , e col centro in B l'arco OD . Da O si conduca una perpendicolare alla AB e lo stesso si faccia alle parallele date alle estre-



mità D e C ; esse si incontreranno in F e G , che come centri serviranno a descrivere gli archi OD e OC (1).

OVALI E OVOLI.

248. L'*ovale* è una figura formata da quattro o più archi di circolo uguali a due a due.

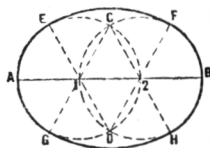
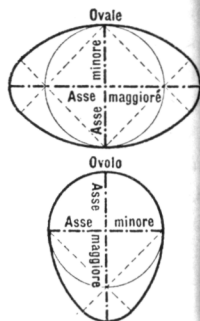
249. Nell'ovale havvi un punto detto *centro*, il quale dimezza tutte le corde passanti per esso. Dicesi *asse maggiore* la corda più lunga passante per il centro, ed *asse minore* la retta che taglia perpendicolarmente in due parti uguali l'asse maggiore.

250. L'*ovolo* è una figura formata da quattro archi di circolo, di cui due soltanto sono uguali.

251. L'ovolo ha gli *assi maggiore e minore* come l'ovale, ma solo l'asse minore si divide per metà.

252. *Disegnare l'ovale, dato l'asse maggiore AB .*

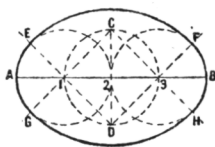
Si divida l'asse AB in tre parti uguali: 1 e 2 siano i punti. Centrato in 1 e 2 si descrivano due circonferenze col raggio $B2$; esse si intersecheranno in C e D . Dai punti C e D si conducano i diametri $C1G$, $C2H$, e $D1E$, $D2F$. Col centro in C e D si descrivano gli archi EF e GH che completeranno l'ovale.



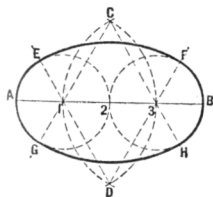
(1) Il medesimo quesito si applica in Architettura per l'arco rampante.

253. Disegnare l'ovale più schiacciato del precedente, dato l'asse maggiore AB .

Si divida l'asse AB in quattro parti uguali: 1, 2, 3. Con centro in 1, 2, 3, si descrivano delle circonferenze con raggio uguale a $B3$. Si conduca il diametro CD perpendicolare alla circonferenza 2. Da C e D pei punti 1 e 3 si conducano delle rette sino all'incontro delle circonferenze in $EFGH$. Col centro in C ed in D si descrivano gli archi EF e GH che formano l'ovale.



254. Disegnare l'ovale, dato l'asse maggiore AB , più schiacciato del precedente.

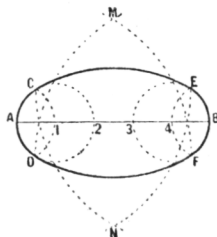


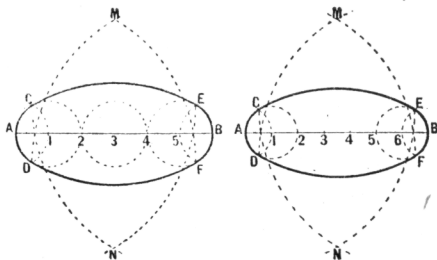
Si divida l'asse AB in quattro parti uguali. Col centro in 1, 3 si descrivano due circonferenze che siano tangenti in 2. Col centro in 1 ed in 3 e col raggio 1-3 si descrivano due archi che avranno l'intersezione in C e D . Da C e D per i punti 1 e 3 si conducano delle rette sino all'in-

contro delle circonferenze in $EFGH$, quindi con centro in C ed in D si uniscano con archi EF e GH .

255. Disegnare l'ovale più schiacciato del precedente, dato l'asse maggiore AB .

Si divida l'asse AB in cinque parti uguali. Col centro in 1 ed in 4 si descrivano due circonferenze col raggio $4B$, quindi collo stesso raggio si faccia centro in A e B , e si avranno i punti d'intersezione $CDEF$. Col centro in $CDEF$ e raggio CE si descri-

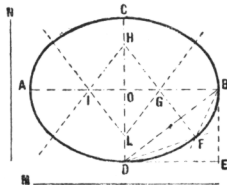




vano degli archi che si intersecheranno in NM . Col centro in NM si unisca C con E e D con F e si sarà eseguito l'ovale chiesto.

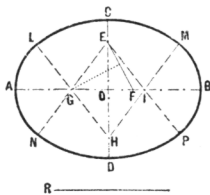
256. *Dati gli assi NM , disegnare un ovale.*

Nella metà di AB uguale all'asse M , si faccia la perpendicolare CD uguale all'asse N che si intersechi per metà in O . Da D e da B paralleli ai rispettivi assi si traccino delle rette che si intersechino in E . Si unisca D con B e si facciano le bisettrici degli angoli BDE e DBE , si otterrà così il punto d'intersezione F . In F si disegni una perpendicolare alla DB , essa intersecherà gli assi nei punti G ed H che si riportano equidistanti da O in I e L . Coi punti H, G, I e L come centri e coi raggi IA, G, B, HD e LC si descrivano gli archi che formano l'ovale.



257. *Dati gli assi AB e CD e il raggio dell'arco maggiore R , disegnare l'ovale.*

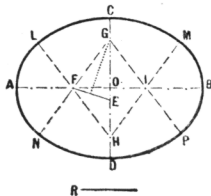
Si porti R a partire da A e da D sui rispettivi assi nei punti E e F . Si unisca E con F , e sulla metà si conduca la perpendicolare, essa incontrerà AB in G . Si segnino I ed H egualmente distanti da O quanto lo sono G ed F . Da H e da E per I e G , si conducano delle



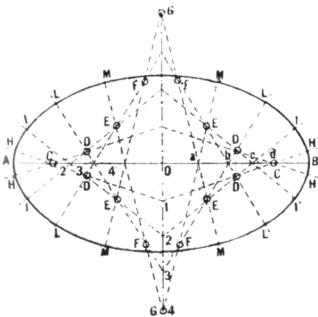
rette indefinite. Coi centri H ed E e col raggio HC (eguale ad R) si traccino gli archi LM e NP ; quindi si unisca L con N e M con P facendo centro in G ed I .

258. Disegnare un ovale, dati gli assi e il raggio dell'arco minore R .

Il raggio uguale ad R si porti da A e da D sui rispettivi assi nei punti E ed F . Si riunisca E con F e sulla metà si faccia la perpendicolare, essa incontrerà l'asse minore in G . Si facciano I ed H , equidistanti da O , come F e G . Da H e da G per F ed I si traccino delle rette. Coi centri in F ed I e col raggio FA (eguale al dato R) si descrivano gli archi LN e MP ; e coi centri G ed H si unisca L con M e N con P .



259. Dato l'asse AB , disegnare un ovale a più centri.

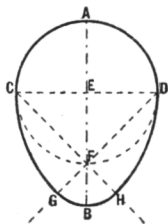


Si divida il semiasse OB in 19 parti uguali e si segni a alla distanza da O di 5 di queste parti, b da a di 4 parti, c da b di 3 parti, d da c di 2 parti e si ripetano sul semiasse AO . Nel punto O si tracci una perpendicolare e si segnino 1, 2, 3 e 4 equidistanti 5 parti. Da 1 per d si conducano dei raggi che con

centro in d e raggio dB daranno i punti HH . Da 2 per c si traccino i raggi, essi intersecheranno i raggi 1 C in DD , si faccia centro in D e si avranno gli archi HI . Da 3 per b i raggi intersecheranno quelli 2 c in E , con

centro in E si facciano gli archi IL . Da 4 per a i raggi intersecheranno quelli 3 b in F , con centro in F si segnino gli archi LM e per ultimo si completi l'ovale con centro G unendo i punti M .

260. *Disegnare un ovolo, dato l'asse minore CD .*

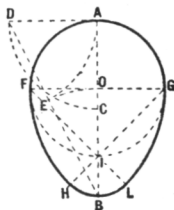


Col centro in E , metà dell'asse minore CD , si descriva una circonferenza. Conducasi il diametro perpendicolare AEF . Da C e da D per F si segni due rette. Facciasi centro in C e in D , col raggio CD , e si descrivano gli archi CG e DH ; indi si unisca GH con un arco che abbia per centro F ; ciò fatto risulterà

l'ovolo chiesto.

261. *Disegnare un ovolo, dato l'asse maggiore AB .*

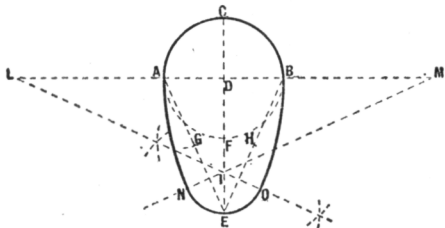
Si conduca una perpendicolare in A ad AB ; con centro in A si porti in D il punto C metà di AB . Si unisca D con B , quindi con centro in D si porti il punto A in E sulla DB . Con centro in B si descriva l'arco EO ; esso determinerà OA raggio della circonferenza $AFIG$. Da F e da G per I si conducano due rette indefinite, col raggio FG e centro in F e in G si descrivano gli archi LG e HF , quindi centrato in I si tracci l'arco HBL .



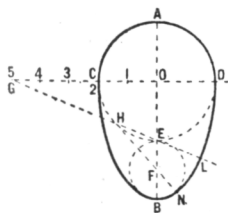
262. *Dati gli assi AB e CE , costruire un ovolo.*

Si delinei una circonferenza che abbia per diametro AB . Si conduca nella metà dell'asse AB la perpendicolare CE uguale all'asse dato. Si unisca A e B con E . Si porti da A e da B la differenza FE , tra l'asse maggiore ed il minore, e si otterrà G ed H . Sulla metà di GE

e di HE , si conducano le perpendicolari sino ad intersecare il prolungamento dell'asse minore AB in L ed M . Col centro in L e M ed il raggio LB si descrivano gli archi BO ed AN . Col centro in I si unisca N con O ; sel'operazione è esatta l'arco passerà per E , ottenendo l'ovolo chiesto.



263. *Dati gli assi AB e CD di cui il primo è $\frac{1}{3}$ maggiore del secondo, costruire un ovolo del capitello ionico.*

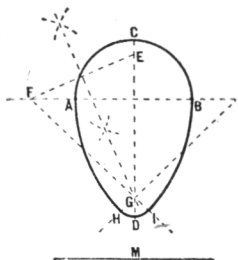


Si descriva una circonferenza che abbia per diametro CD . Si conduca il diametro perpendicolare AE o lo si prolunghi quanto il dato AB . Si divida per metà in F la differenza EB tra l'asse maggiore e il minore; quindi a partire da O si porti EF cinque

volte in G . Da G per E conducasi una linea indefinita; questa linea incontrerà in H la circonferenza. Con centro G si segni l'arco DL ; con centro in H l'altro arco LN ; finalmente il centro F determinerà l'arco che partendo da N passerà esattamente per B . Si replichi l'operazione in senso inverso e si sarà completato l'ovolo.

264. *Dati gli assi AB e CD e il raggio M dell'arco maggiore, descrivere l'ovolo.*

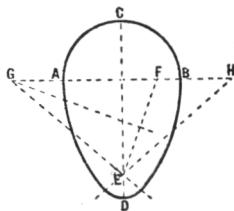
Si descriva il semicerchio ACB che abbia per diametro AB . Nella metà di AB conducasi una perpendicolare



che partendo dal semicerchio sia uguale a CD , asse dato. Da D e da B si porti sui rispettivi assi il raggio M che darà i punti FE . Si unisca F con E e sulla metà vi si conduca la perpendicolare, essa incontrerà CD in G . Si faccia centro in F col raggio FB (eguale ad M) e si descrivano gli archi BI e AH e col centro in G si unisca H con I . La figura ottenuta è quella chiesta.

265. Dati gli assi AB e DE e il raggio M dell'arco minore, costruire l'ovolo.

Si facciano gli assi AB e CD come al solito, si prenda il raggio minore dato e lo si porti da D in E e da B in F . Si unisca F con E e sulla metà si conduca la perpendicolare, essa incontrerà il prolungamento di AB in G . Si segni H equidistante da B come A da G . I centri GH e E serviranno a disegnare la curva raccordata che comporrà l'ovolo.

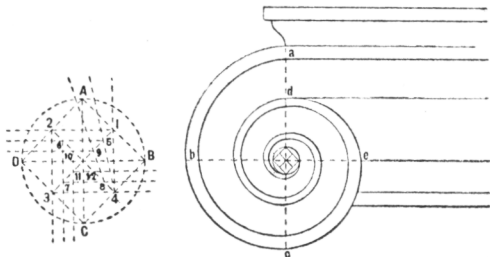


SPIRALI.

266. *Spirale* è una linea curva, descritta sopra un piano, la quale fa uno o più giri dal punto onde ha principio, da cui si va sempre più scostando quanto maggiore è il numero dei suoi rivolgimenti. La più bella spirale è quella che adorna il capitello dell'ordine jonico. Ne diamo qui la figura e la costruzione per esercizio.

Soluzione.

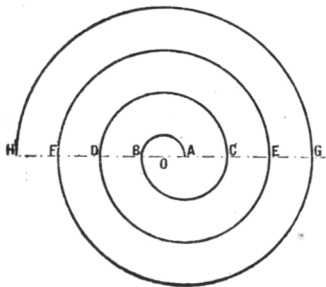
$A B C D$ sia l'occhio della voluta, vi si inscriva un quadrato in modo che $A C$ e $D B$ siano le diagonali; quindi si dividano i lati del quadrato per metà, e si conducano



le rette 1-3 e 2-4; si divida ciascuna di queste rette in 6 parti uguali. I punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 segnati per ordine sono i centri degli archi di circolo di cui si compongono i tre giri della voluta. Ciò fatto si segnino le orizzontali 1-2, 5-6, 9-10, 3-4, 7-8, 11-12, e finalmente le verticali 2-3, 6-7, 10-11; queste rette determinano i punti d'unione dei diversi archi onde è composta la voluta, comprese le rette indefinite, che tiransi da 4 per 5 e da 8 per 9, ecc. Il punto 1 è il centro dell'arco $a b$, il punto 2 è quello di $b c$, ecc.

267. Costruire una spirale, dato il passo $A B$ con semicerchi.

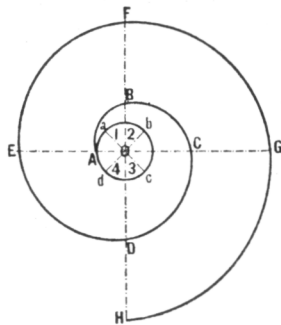
Si conduca una linea indefinita; e vi si segni $A B$ diametro di un semicerchio che ha per centro O .



Con centro in A e col raggio AB si descriva il semicerchio inferiore sino in C . Con centro O e col raggio OC si faccia l'altro semicerchio CD ; cogli stessi centri O e A ripetasi l'operazione per quanti giri si vuole.

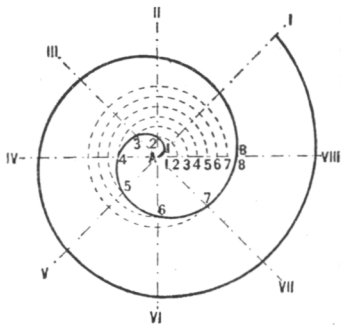
268. Dato il circolo O , costruire una spirale.

Si conducano i diametri $a c$ e $b d$, si dividano per metà in 1, 2, 3 e 4. Col centro in 2 e il raggio 2 A descrivasi l'arco $A B$; quindi centrato in 3 descrivasi l'arco $B C$, in 4 l'arco $C D$, ecc., e così di seguito.



269. Dato il passo $A B$, costruire la spirale detta d'Archimede, ossia per punti.

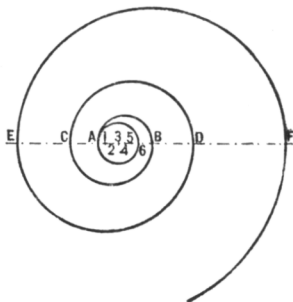
Si mettano due rette perpendicolari $II-A-VI$ e $IV-A-VIII$ e negli angoli si conducano le bisettrici $III-VII$ e $I-V$. Si divida quindi il passo dato AB in 8 parti e con centro in A si porti il punto 1 sulla retta $A-I$;



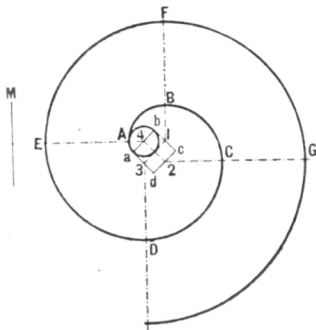
e sempre collo stesso centro A si porti 2 sulla retta $A-II$; indi 3 sulla retta $A-III$, 4 sulla $A-IV$, 5 sulla $A-V$, 6 sulla $A-VI$, 7 sulla $A-VII$. Per i punti ottenuti passerà la spirale detta di Archimede che si eseguisce a mano libera.

270. *Costruire la spirale detta logaritmica, dato il circolo.*

Si divida il diametro del circolo in un numero di parti uguali: nel nostro caso, 6. Col centro in 4 descrivasi il semicerchio AB ; indi col centro in 2 descrivasi il semicerchio BC ; in 5 il semicerchio CD ; in 1 il semicerchio DE ; in 6 il semicerchio EF . Se si desiderano più giri, basterà segnare altri centri equidistanti e seguitare l'operazione come per la parte descritta.



271. *Costruire una spirale, dato il passo M .*



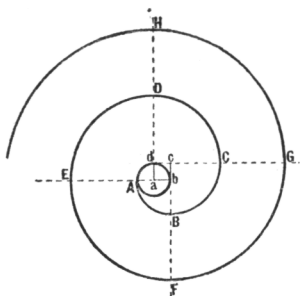
Si costruisca un quadro $abcd$, che abbia per lato la metà del passo. Si divida ciascuno dei lati per metà; nei punti 1 e 3 conducansi delle verticali, e nei 2 e 4 delle orizzontali. Col centro in 4 e il raggio $4a$ descrivasi una circonferenza. Col centro in 1 si descriva l'arco AB , in 2 l'arco BC , in 3 l'arco CD ,

in 4 l'arco DE , in 1 l'arco EF , ecc.

272. *Metodo pratico di costruire la spirale.*

Si costruisca un quadrato (1) $abcd$ e si prolunghi da

(1) Il poligono può essere pentagonale, esagonale, ecc., purchè regolare.



una parte il lato in modo che non s'incrocino i prolungamenti. Con raggio uguale al lato centrato in a descrivasi la circonferenza; quindi con centro in b si faccia l'arco AB ; in c l'arco BC ; in d l'arco CD ; in a , DE ; in b , EF ; in c , FG ; in d , GH , ecc.

DELLE SEZIONI CONICHE.

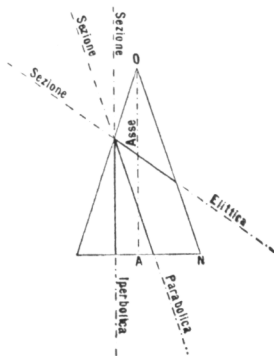
273. Dicesi *superficie conica* o semplicemente *cono* la superficie generata da una retta, che passando costantemente per uno stesso punto, fuori del piano, passa pure nelle sue varie posizioni, per tutti i punti di una circonferenza.

274. Ogni piano taglia il cono lungo una linea curva che dicesi *sezione conica*.

275. Se il piano che taglia il cono è parallelo all'asse del cono stesso, la linea curva che ne risulta dicesi *iperbole*.

276. Se il piano è parallelo alla generatrice del cono, la curva dicesi *parabola*.

277. Se finalmente il piano non è parallelo nè all'asse, nè alla generatrice, la curva dicesi *ellisse*.



ELLISSI.

278. Dell'ellisse potremo dare ancora la seguente definizione:

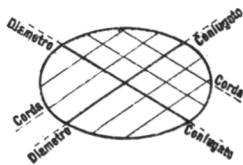
Dicesi *ellisse* o *circonferenza ellittica*, una curva fatta in modo che la somma delle distanze di ognuno de' suoi punti da due punti fissi detti *fochi*, è costantemente uguale all'*asse maggiore* di essa *ellisse*, vale a dire alla retta più lunga che vi si possa condurre.

279. L'*asse maggiore* può ancora definirsi per quel segmento di retta che passa per i due fochi, ed è compresa fra i due punti in cui la retta stessa incontra l'ellissi.

280. Si dice *asse minore* la retta che taglia perpendicolarmente in due parti eguali l'asse maggiore.

281. Le rette che vanno dai fochi alla circonferenza ellittica diconsi *raggi vettori*.

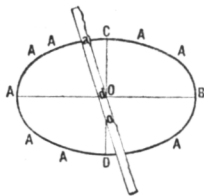
282. *Diametri coniugati* si chiamano due rette che passano pel centro dell'ellisse, esse sono tali che rispettivamente tagliano per metà tutte le corde parallele.



283. *Corona ellittica* è detta la superficie piana chiusa fra due ellissi concentriche.

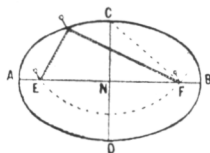
284. *Disegnare l'ellisse, dati gli assi AB e CD , con una striscia di carta.*

Si dispongano AB e CD perpendicolari in modo che si dividano per metà in O . Si prenda una lista di carta o cartoncino e vi si segni a o



uguale al semiasse maggiore e il punto d distante da a , metà dell'asse minore. Collocando o sull'asse minore e d sul maggiore, la lista di cartoncino indicherà a , si segni un punto. Questa operazione la si ripeta diverse volte osservando però che il punto o risulti sempre sull'asse minore, e d sull'asse maggiore; quindi per tutti i punti ottenuti A si delinei la curva. Questa sarà l'ellisse chiesta.

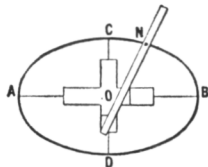
285. *Disegnare l'ellisse (detta del giardiniere) per mezzo di una funicella conoscendone gli assi AB e CD .*



Si dispongano AB e CD perpendicolari in modo che si dividano per metà in N . Prendasi AN metà dell'asse maggiore e centrato in C si tracci un arco che intersecherà la AB determinando F ed E , fuochi dell'ellisse. Si prenda una funicella uguale all'asse maggiore AB , e se ne fissino le estremità in modo scorrevole intorno a due cavicchie piantate nei fuochi E ed F . Si faccia scorrere la matita o altro nel piego della corda in modo che sia sempre tesa, e si avrà l'ellisse.

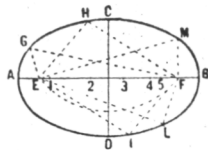
286. *Disegnare l'ellisse col compasso ellittico, dati gli assi AB e CD .*

Si disponga il compasso in modo da essere esattamente nel centro degli assi AB e CD che sono perpendicolari fra loro e divisi per metà. Si fissino i due perni scorrevoli ad una distanza uguale alla differenza che passa fra il semiasse maggiore ed il minore. Si ponga nell'occhio dell'asta la matita od altro e si faccia scorrere l'asta; essa darà l'ellisse.

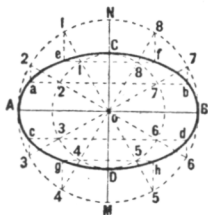


287. *Disegnare l'ellisse per mezzo dei raggi vettori conoscendo gli assi AB e CD .*

Si intersechino perpendicolarmente sulla metà gli assi AB e CD . Con un'apertura di compasso uguale alla metà dell'asse maggiore, si faccia centro in C e si ottengano EF foci dell'ellisse. Si segnino tra i due foci i punti 1, 2, 3, 4, ecc., a qualsiasi distanza. Da E foco, con un raggio uguale ad $A1$, si descriva un arco che si intersecherà in G coll'arco descritto con centro in F e il raggio uguale a $B1$. Da E foco, con un raggio uguale ad $A3$ si descriva un arco che si intersecherà in H coll'arco descritto con centro in F e il raggio $B3$. Replicando questa operazione si otterrà ILM , ecc., punti dell'ellisse. I raggi vettori sono le rette che dai foci terminano ai punti ottenuti $G H I L M$.



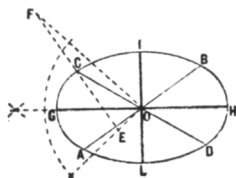
288. *Disegnare l'ellisse, dati gli assi AB e CD , mediante ordinate ai diametri.*



Col centro in O , si descrivano due circonferenze che abbiano per diametro i due assi. Si divida la circonferenza maggiore in parti uguali, p. es. in dodici; si conducano da questi punti pel centro O tanti diametri. I diametri suddescritti tagliano la circonferenza minore in un numero di parti uguali alla circonferenza maggiore. Siano 1, 2, A , 3, 4, M , 5, 6, B , 7, 8, N i punti. La parallela all'asse maggiore per 1 e per 8 della circonferenza minore intersecherà le perpendicolari abbassate da 1 e da 8 della circonferenza maggiore nei punti e ed f . La

parallela all'asse maggiore per 2 e per 7 della circonferenza minore, intersecherà le perpendicolari abbassate da 2 e da 7 della circonferenza maggiore: nei punti a e b . Replicando la medesima operazione si otterrà i punti $c d g h$, ecc.; pei punti ottenuti $A c g D h d B b f C e a$ si tracci l'ellisse.

289. *Ricercare gli assi dell'ellisse, dati due diametri coniugati $A B$ e $C D$.*

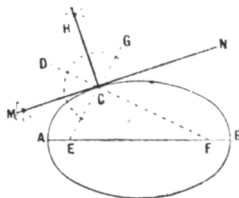


Si tracci per da C la perpendicolare alla AB , e la si faccia uguale ad AO da C in F , e da C in E . Si avrà così l'angolo $EO F$; la bisettrice di quest'angolo segnerà la direzione dell'asse maggiore. Ottenuto l'asse GN sarà

facile fare l'asse minore IL che si sa essere perpendicolare al primo in O .

290. *Condurre una tangente in C ad un'ellisse di cui si conoscono l'asse maggiore ed i fochi.*

Si unisca il foco E con C e si faccia passare per C una retta a partire dal foco F . Si conduca la bisettrice MN dell'angolo DCE : questa sarà la tangente.



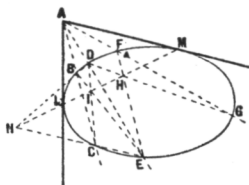
291. *Condurre una normale ad un'ellisse in un punto C .*

Si conducano i raggi vettori FC ed EC e si prolunghino; la bisettrice CH dell'angolo DCG sarà la normale chiesta.

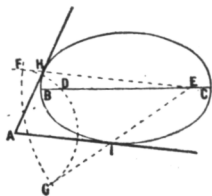
292. *Da un punto A condurre due tangenti ad un'ellisse di cui non si conosce che la curva.*

Da A si conducano delle rette a piacere che intersecheranno l'ellisse nei punti BC, DE, FG . Si traccino le rette

BE , DC , DG , FE esse si intersecheranno in ed H . Per I e H si conduca una retta sino all'incontro dell'ellisse in M ed L . Da A per i detti punti M L conducansi le rette: queste saranno le tangenti chieste.



293. *Condurre due tangenti ad un'ellisse da un punto A fuori di essa, conoscendone i fochi e l'asse maggiore.*

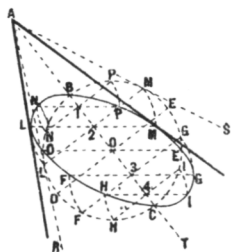


Col centro in A ed il raggio AD (distanza che passa tra il punto ed il 1° foco), si descriva un arco che intersecherà in F e G l'arco tracciato con raggio uguale all'asse maggiore BC e centrato in E (2° foco). Si segnino le rette FE ed

EG che intersecheranno l'ellisse in I ed H . Da A per i punti I ed H si conducano due rette: queste saranno le tangenti domandate.

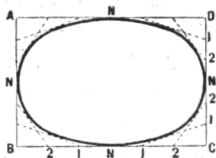
294. *Da un punto A tracciare le tangenti ad un'ellisse che ha per diametri coniugati i diametri di un circolo.*

Delineato il circolo si conduca in esso il diametro BC a partire dal punto dato A . Si traccino delle corde perpendicolari al diametro BC ; siano NP , LM , DE , FG , HI ; queste corde intersecheranno il diametro nei punti 1, 2, O , 3, 4; per questi punti si traccino delle rette in direzione obliqua, parallele tra di loro e di uguale lunghezza alle corde del circolo. Tutte le estremità di queste linee



oblique, comprese le estremità del diametro, appartengono all'ellisse. Da A le tangenti del circolo avranno per punti di contatto L ed M . Si cerchino sull'ellisse i punti corrispondenti LM e da A per L e M si conducano due rette; esse saranno le tangenti chieste.

295. *Costruire un'ellisse, di cui si conosce il rettangolo $ABCD$ che la inscrive, per mezzo di linee rette.*

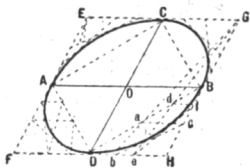


Si divida ognuno dei lati in un numero di parti uguali. Sui lati in lunghezza la numerazione si segna dal centro N verso gli angoli del rettangolo A e B , p. es.: $B\ 2\ 1\ N\ 1\ 2\ C$. Invece per i lati in larghezza la numerazione dagli angoli verso il centro: $C\ 1\ 2\ N\ 2\ 1\ D$. Ottenuti i punti, basterà operare per ciascun angolo unendo fra di loro i punti 2 e 2 , 1 e 1 ; la figura ottenuta avrà la forma di un'ellisse che a mano libera si condurrà tangente alle rette (1).

296. *Dati i diametri coniugati AB e CD , costruire un'ellisse per mezzo di tangenti.*

297. *1ª Soluzione.*

Si conducano ECG e FDH parallele ad AB ed EAF e HBG parallele a CD ; si avrà così un parallelogramma $EFHG$ che nel centro dei lati avrà gli estremi dei diametri coniugati AB e CD . Si unisca D con B . Da G si segni un raggio Gb sulla DH ; il raggio b incontrerà DB in a ;

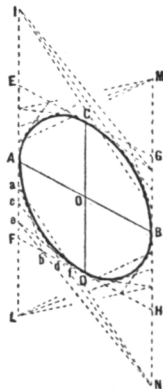


(1) Questa operazione eseguita con un quadrato, invece di un'ellisse darà un circolo.

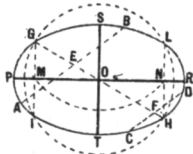
si tracci da a una parallela all'asse maggiore AB sino all'incontro del lato BH del parallelogramma in c . Si unisca b con c ; questa sarà una delle tangenti. Si tracci Ge che incontrerà DB in d , da d si tiri una parallela ad AB sino all'incontro del lato BH in f . Si unisca e con f e si avrà un'altra tangente. La detta operazione la si replichì in tutti e quattro gli angoli: quindi a mano libera si condurrà tangente a queste rette l'ellisse chiesta.

298. 2^a Soluzione.

Si costruisca il parallelogramma $EFHG$. Si prolunghino i lati EF ed HG d'una lunghezza uguale al semiasse CO , e si avranno i punti $ILNM$. Da N si facciano partire per a c e sulla AF dei raggi che taglieranno anche la FD in f d b . Si unisca a con b , c con d ed e con f ; queste saranno le tangenti della curva. La detta operazione la si faccia per tutti gli angoli e si otterrà l'ellisse.



299. Data l'ellisse, trovarne il centro, gli assi e i fochi.

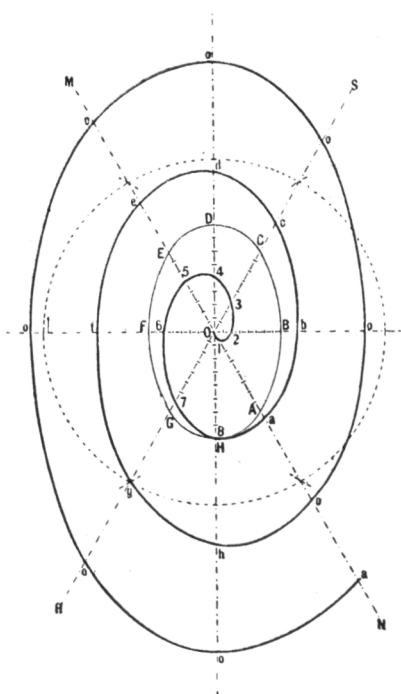


Si facciano a piacere due rette parallele colle estremità AB e CD sull'ellisse. Si dividano AB e CD per metà in E ed F , quindi si faccia passare una retta sino all'incontro dell'ellisse in GH ; si divida per metà GH e si avrà O centro dell'ellisse.

Col raggio OG e col centro O si descriva una circonferenza, essa intersecherà l'ellisse in L ed I . Si segnino le corde GI ed LH nella cui metà si faccia passare una

retta limitata dall'ellisse, essa sarà l'asse maggiore PR . Nel centro O la perpendicolare ST alla PR sarà l'asse minore. Centrato in S col raggio PO si ottenga MN fochi dell'ellisse.

300. *Data l'ellisse, inscrivere la spirale* (COSTRUZ. GARNERI).



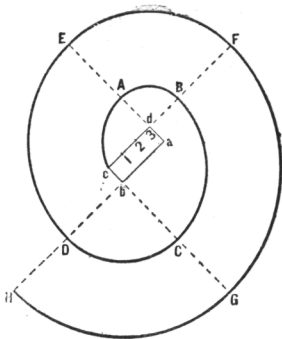
Con un raggio a piacere e col centro in O dell'ellisse si descriva una circonferenza, la quale, divisa in sei parti, darà gli assi RS ed MN . Si divida OA , OB , OC , OD , OE , OF , OG , OH , in otto parti uguali. Quindi partendo da O per 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 si faccia passare la curva (come per la spirale detta di Archimede). Per ottenere più giri basterà prendere uno spazio uguale OA e portarlo da

1 in a , e così dicasi per OB da 2 in b , per OC da 3 in c , ecc.

301. *Dato il passo FL , costruire una spirale ellittica col compasso.*

Si faccia un rettangolo il cui lato cd (uguale a $3/4$ di FL),

sia 3 volte bc ; si prolunghino in b e in d indefinitamente i lati di questo rettangolo; quindi con centro in a si descriva l'arco cA , con centro in d l'arco AB , con centro in c l'arco BC , con centro in b l'arco CD , con centro in a l'arco DE , con centro in d l'arco EF , ecc. Si avrà così la spirale domandata.



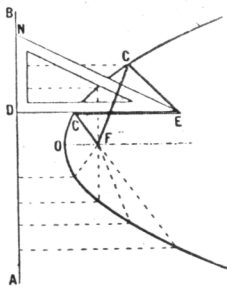
PARABOLE.

302. Della parabola potremo dare ancora la seguente definizione:

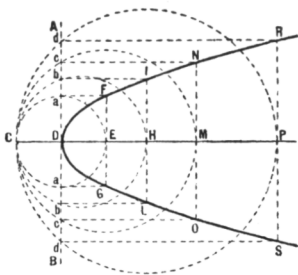
Dicesi *parabola* una curva piana d'un sol vertice divisa per metà dall'asse in due rami infiniti uguali e simmetrici.

303. *Costruire na parabola di cui si conosca la direttrice AB e il foco F .*

Si disponga una squadra NDE , in modo che un lato possa scorrere sulla direttrice AB ; di poi si fermi il capo del filo in E , l'altro capo in F ; la lunghezza del filo sia DE ; con una matita in C si descriva la curva che segnerà il lato DE allontanandosi; questa sarà la parabola. Il ripiegarsi del filo darà anche il punto O vertice.



304. *Costruire una parabola di cui si conosca la direttrice dell'asse e il vertice D .*

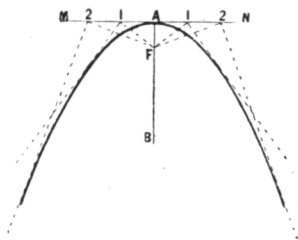


Si conduca nel punto D una retta perpendicolare AB . Presa una distanza arbitraria si segni C . Si descriva un circolo col centro sull'asse: p. es. D . La circonferenza taglierà AB in a e b ; l'asse in E . Per a e b conducansi delle perpendicolari ad AB e per E una

perpendicolare all'asse, queste si taglieranno in G e F . Si descrivano poi diversi circoli i cui centri siano sull'asse e che tutti passino per C e si operi come per i punti a e b , ed in tutti i punti ottenuti dall'intersezione delle perpendicolari si faccia passare una curva: questa sarà la parabola.

305. *Costruire una parabola di cui si conosce il vertice A , il foco F e la direttrice NM .*

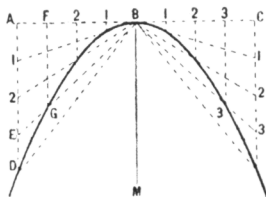
Si faccia scorrere il vertice di un angolo retto sulla direttrice NM in modo che uno dei lati passi sempre per F ; l'altro lato rappresenterà in ciascun istante una tangente alla parabola.



306. *Costruire una parabola di cui si conosce il vertice B , l'asse BM ed il punto D .*

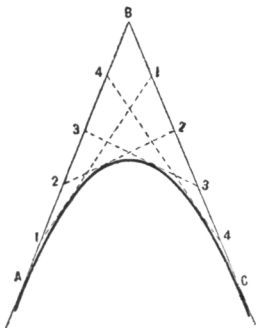
Si tiri ABC perpendicolare a BM e DA perpendicolare ad AC . Si dividano AB e DA in egual numero di parti. Si unisca E con B e conducasi da F una parallela al-

l'asse BM ; esse si intersecheranno in G che sarà un punto della parabola; l'identica operazione si faccia per tutti gli altri punti, e si avrà la curva chiesta.



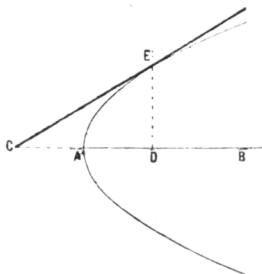
307. *Costruzione d'una parabola, date due tangenti BA e BC e i loro punti di contatto A e C .*

Si dividano BA e BC in un numero qualunque di parti uguali e si faccia la numerazione a principiare da B verso C e da A verso B . Quindi si riunisca con rette 1-1, 2-2, 3-3, ecc.: esse saranno tangenti alla parabola.



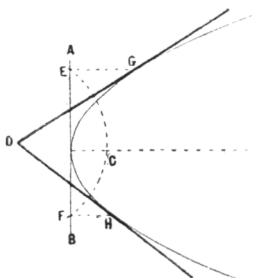
308. *Dato un punto E sopra la parabola, condurvi una tangente conoscendo l'asse AB ed il vertice A .*

Si abbassi una perpendicolare da E punto dato sull'asse AB in D ; si segni C equidistante dal vertice A quanto D . Da C per E conducasi una retta; questa sarà la tangente chiesta.



309. *Condurre due tangenti alla parabola da un punto D esterno conoscendo il foco C e la direttrice AB .*

Con centro in D e il raggio DC descrivasi un arco che



taglierà la direttrice in E ed F . Da E e da F conducansi due perpendicolari ad AB ; esse incontreranno la parabola in G ed H . Da D per G e per H conducansi due rette: queste saranno le tangenti chieste.

IPERBOLI.

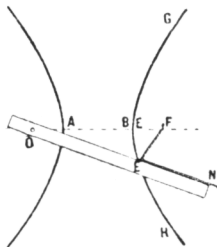
310. Dell'iperbole potremo ancora dare la seguente definizione:

Dicesi *iperbole* una curva composta di due rami indefiniti, e tale che la differenza delle distanze di ognuno dei suoi punti da due punti fissi detti fochi (OF) è costantemente uguale all'asse (AB) della iperbole.

311. Dicesi *centro* dell'iperbole quello che dimezza tutte le corde passanti per esso.

312. Le rette che vanno dai fochi all'iperbole diconsi *raggi vettori*.

313. Descrivere una iperbole conoscendone i fochi FO ed i vertici A e B .

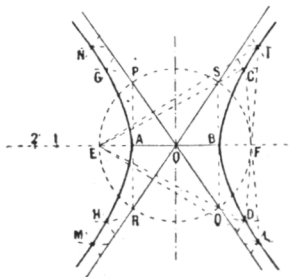


Si prenda una riga e la si fissi come perno nel foco O . Si collochi un filo fisso in F (foco). Si porti il filo da F in E , trovandosi la riga in linea dei fochi, e la si fissi pure in N . Movendo la riga sul suo perno O (foco) e tenendo

colla matita fermo il filo sul lato della riga, il punto E si sposterà sempre più da B : il segno ottenuto sarà l'iperbole.

314. *Data l'asse AB ed i fochi EF , costruire l'iperbole coi raggi vettori.*

Si prenda un raggio $A 1$; col centro in E ed in F si descriva un arco al disopra e al disotto dell'asse AB . Col raggio $B 1$ col centro in E ed in F si intersechino i precedenti archi nei punti $C D G H$; questi saranno punti dell'iperbole. Col raggio $A 2$ si faccia centro in E ed in F e si descrivano 4 archi; col raggio $B 2$, e coi centri E ed F si intersechino gli archi nei punti $I L M N$ ed anche per questi punti proseguasi l'iperbole.

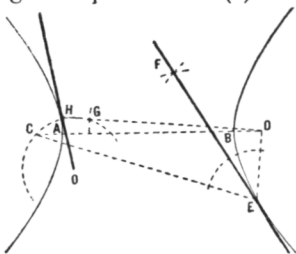


315. *Data l'iperbole, condurci gli asimptoti.*

Dai vertici AB si traccino delle perpendicolari, esse intersecheranno nei punti $PSQR$ la circonferenza descritta con centro in O e che passa pei fochi EF . Le rette POQ ed SOR saranno gli asimptoti chiesti (1).

316. *Dati i due rami dell'iperbole, condurre una tangente in un punto dato E su uno dei rami.*

Si unisca E coi due fochi e si avrà l'angolo CED . La bisettrice dell'angolo CED è la tangente richiesta.



(1) Gli *asimptoti* sono le direttrici dell'iperbole; quando questi formano un angolo retto nel punto O allora l'iperbole dicesi *equilatera*.

317. Dato un punto O fuori dell'iperbole ed i fochi $C D$ condurre una tangente.

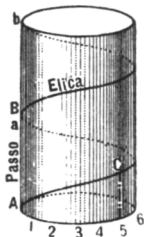
Col centro in O ed il raggio $O C$ descrivasi un arco. Col raggio $A B$ e il centro in D si tagli l'arco suddescritto in G . Da D per G conducasi una retta sino all'incontro in H dell'iperbole. Da O per H conducasi una retta: questa sarà la tangente domandata.

CURVE MECCANICHE.

ELICA, ELICOIDE.

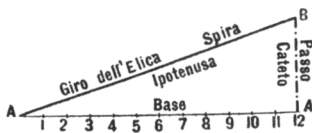
318. Nell'applicazione delle arti del disegno alle curve di secondo grado quelle che presentano maggiore importanza sono le curve dette *meccaniche*; dalla loro continua applicazione nella meccanica esse prendono il nome di *elica*, di *elicoide*, di *evolvente*, di *cicloide*, di *ipocicloide*, di *epicicloide*, ecc. (1).

319. Dicesi *elica* la curva generata sulla superficie cilindrica da un punto A che si muova in modo tale che, per qualunque sua posizione C , il rapporto fra la perpendicolare $C 5$, e l'arco $A 5$ sia costante. Quando la proiezione C avrà percorso l'intera circonferenza, il punto A avrà descritto la porzione di curva $A B$ che dicesi *giro dell'elica* o *spira*; mentre la perpendicolare $A B$ dicesi *passo dell'elica*.



(1) Prendono anche il nome di *trascendenti* perchè per la loro natura possono essere incontrate in più di due punti da un'ordinata e perchè il rapporto fra le coordinate non può dimostrarsi geometricamente come per le curve di secondo grado sin qui dimostrate, ma bisogna ricorrere alla Trigonometria, agli Integrali, ecc.

320. È poi evidente che sviluppando la superficie cilindrica, si otterrà un triangolo rettangolo, avente per un cateto la lunghezza della circonferenza base, per altro cateto il passo, e per ipotenusa la lunghezza di una spirale.

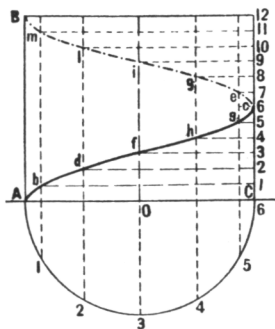


321. Dati due cilindri retti, aventi per basi due cerchi concentrici, si conduca nella base un raggio AO , che taglierà la circonferenza interna nel punto B , e partendo dai due punti B e A si descrivano con lo stesso passo due eliche sui due cilindri: la superficie generata dal movimento di una retta che, appoggiandosi

alle due eliche, si mantiene costantemente perpendicolare all'asse del cilindro, dicesi *superficie elicoidale*.

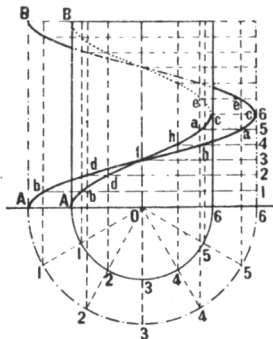
322. Costruire un'elica conoscendone il cilindro e il passo AB .

Si faccia la proiezione orizzontale del cilindro, o in altri termini si faccia la base che si scompartirà in un numero di parti uguali, per es. 12; si divida il passo AB nell'identico numero, quindi si conducano da questi punti dei piani orizzontali che coi piani verticali (generatrici del cilindro) della base corrispettiva daranno le intersezioni $bdfhacegil m$, per cui passerà l'elica.

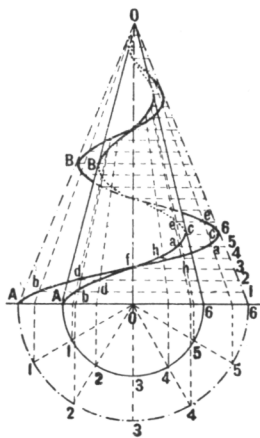
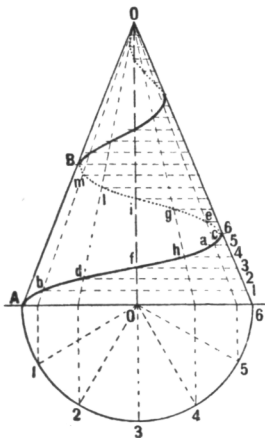


323. Costruire un'elicoide conoscendone i cilindri e il passo AB .

Si operi come per l'elica, cioè si faccia la stessa operazione, tenendo calcolo che una delle eliche si sviluppa sul cilindro interno, mentre l'altra si sviluppa sul cilindro esterno. Essendo comune il passo nell'elicoide, i punti $bb, dd, f, hh, aa, cc, ee$, ecc. saranno sui medesimi piani orizzontali.



324. Costruire un'elica conica conoscendo il cono e il passo AB .



Si divida la base orizzontale del cono in un numero di parti eguali, per es. in 12, e si proiettino alla base ver-

ticale; dai punti ottenuti si traccino le generatrici al vertice O . Si divida il passo AB in 12 parti ugualie si conducano tanti piani orizzontali che colle generatrici daranno $bdfhacegilm$, ecc., punti per cui passerà l'elica.

Lo sviluppo dell'*elicoide sui coni* è lo stesso dell'*elicoide sui cilindri*.

EVOLVENTE, CICLOIDE, EPICICLOIDE E IPOCICLOIDE.

325. Per tracciare la forma esteriore dei denti di una ruota si ricorre nella pratica a quattro sorte di curve: l'*evolvente*, la *cicloide*, l'*epicicloide* e l'*ipocicloide*.

326. Dicesi *evolvente* o *soiluppante* la curva prodotta da un filo avviluppato sopra la circonferenza di un circolo, se lo si svolge per una delle sue estremità, tenendolo costantemente steso.

327. Dicesi *cicloide* la traiettoria percorsa da un punto di una circonferenza di circolo che rotola sopra una linea retta.

In altri termini allorchè si fa rotolare un piatto circolare sopra un piano ed in linea retta, il punto di contatto della circonferenza di questo piatto sul piano, dà origine ad una curva detta cicloide. Così un punto qualunque preso sui contorni di una ruota di locomotiva, descrive nel suo movimento sulla via ferrata altrettante cicloidi quante sono le rivoluzioni che compie.

Acciocchè la curva sia rigorosa il giro deve aver luogo senza sdrucchiolare, cioè bisogna che lo spazio percorso sulla retta sia uguale alla lunghezza della parte di circonferenza che nel movimento si è trovata a contatto col piano.

328. La circonferenza di circolo che produce questa curva dicesi *circolo generatore*.

329. Dicesi *epicicloide* la curva generata da un punto qualunque di una circonferenza di circolo che rotola sopra di un'altra circonferenza; essa non differisce dalla cicloide che in questo: il circolo generatore invece di girare sulla linea retta si muove attorno ad un circolo fisso.

330. Dicesi *ipocicloide* la curva generata da un punto qualunque di una circonferenza di circolo che rotola entro un'altra circonferenza.

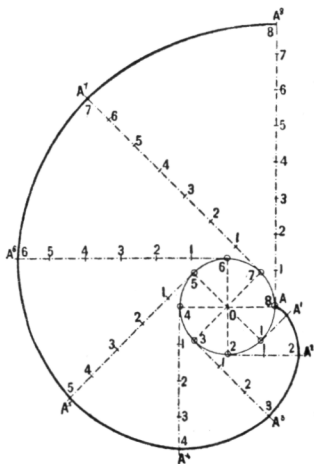
331. Queste curve diconsi *allungate* o *accorciate* a seconda che il punto che genera la curva prende un movimento progressivo o regressivo. Diconsi perciò *allungate* quando il punto si trova sul prolungamento del raggio del circolo generatore, *accorciate* quando il punto si trova sul raggio del circolo generatore.

332. *Determinare l'evolvente di un circolo di raggio OA .*

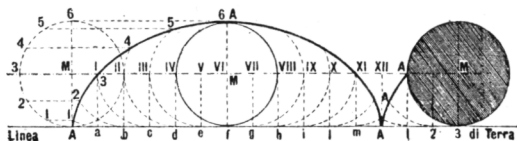
Si divide il circolo in un numero qualunque di parti uguali, e da ciascuna divisione si conduce una tangente perpendicolare al rispettivo raggio. Con centro in 1 si descriva l'arco AA^1 , con centro in 2 l'arco A^1A^2 , ecc., si avranno così tanti punti A, A^1, A^2 , ecc., formanti l'evolvente di circolo.

333. *Determinare la cicloide generata dal punto A del circolo generatore M .*

Si divida il circolo generatore in un numero di parti uguali, e sopra la tangente al circolo detta *linea di terra*

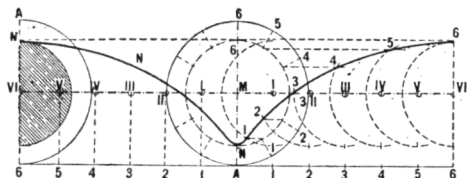


si porti lo stesso numero di parti rettificate. Dai punti ottenuti *A a b c d e f g h i l m A* s'innalzino delle perpendi-



colari sino all'incontro dell'asse *MM*. Con raggio *MA* centrato nei punti *I, II, III, IV*, ecc. si descrivano degli archi che colle parallele alla linea di terra, dalle suddivisioni del circolo generatore, serviranno a determinare i punti di intersezione pei quali passerà la curva chiesta.

334. *Determinare la cicloide accorciata generata dal punto N dato il circolo generatore M.*

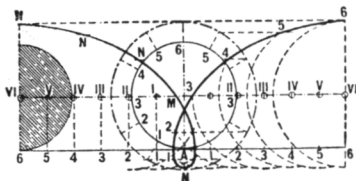


Si ottenga i centri *I, II, III, IV*, ecc., come per la cicloide. Si disegni la circonferenza con raggio *MN* sulla quale si porteranno le suddivisioni del circolo generatore. Pei punti ottenuti si facciano le parallele all'asse che coi circoli disegnati con raggio *MN* e centro in *I, II, III, IV*, ecc. daranno i punti d'intersezione pei quali passerà la curva.

335. *Determinare la cicloide allungata generata dal punto N dato il circolo generatore M.*

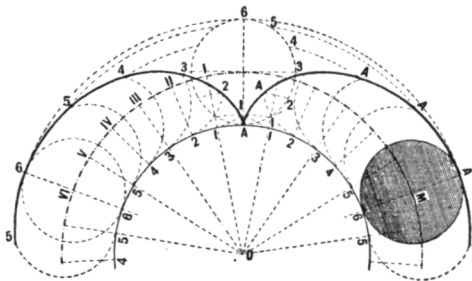
Si divida il circolo generatore *M* in un numero di parti uguali e lo stesso numero di parti rettificate si porti sopra

la tangente passante per A . Dai punti ottenuti si innalzano delle perpendicolari e si avrà i centri I, II, III, IV , ecc.



Con centro in M e raggio MN si disegni una circonferenza sulla quale si portino le divisioni del circolo generatore e per i punti ottenuti si facciano le parallele alla tangente A ; queste parallele con gli archi delineati con centro in I, II, III, IV e raggio MN daranno i punti d'intersezione per i quali passerà la curva chiesta.

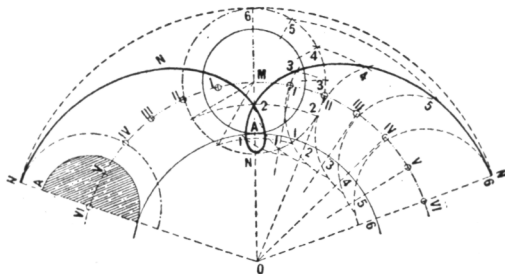
336. *Determinare l'epicicloide conoscendo il circolo generatore MA ed il circolo fisso AO .*



Si divida il circolo generatore in parti uguali, e si portino le divisioni a partire da A in $1, 2, 3$, ecc. sul circolo fisso AO . Per i punti ottenuti $1, 2, 3$, ecc., si faccia passare dei raggi, essi daranno i centri delle circonferenze I, II, III , ecc. Con centro in O si portino i

punti di divisione 1, 2, 3, ecc., del circolo generatore ad intersecare le circonferenze corrispondenti *I*, *II*, *III*, ecc. Per queste intersezioni passerà la curva dell'epicicloide.

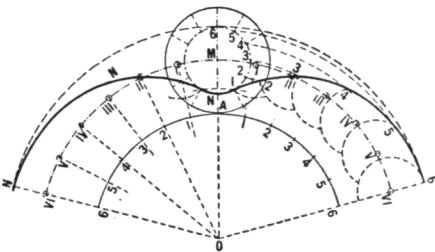
337. *Determinare la epicicloide allungata generata dal punto N dato il circolo generatore M.*



Si ottenga i centri *I*, *II*, *III*, *IV*, ecc., come per la epicicloide. Si disegni la circonferenza *MN* sulla quale si portino le suddivisioni del circolo generatore, quindi si traccino gli archi con centro in *O* passanti per questi punti, essi coi circoli generatori disegnati coi centri *I*, *II*, *III*, ecc., daranno i punti d'intersezione per i quali passerà la curva.

338. *Determinare la epicicloide accorciata generata dal punto N dato il circolo generatore M.*

Si ottenga le suddivisioni come per la figura precedente, sulla circonferenza *MN*; ed i centri *I*, *II*, *III*, *IV*, ecc. Si disegni gli ar-

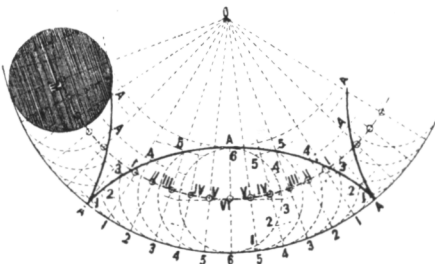


chi con centro in *O* passanti per 1, 2, 3, 4, 5, ecc., essi

coi cerchi generatori centrati in *I, II, III*, ecc., daranno i punti d'intersezione per i quali passerà la curva chiesta.

339. *Determinare l'ipocicloide conoscendosi il cerchio generatore MA e il cerchio fisso AO .*

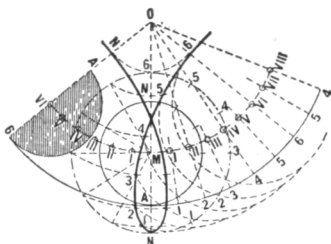
Si divida il cerchio generatore, si segnino queste suddivisioni sul cerchio fisso e si riuniscano col centro O . Si tracci l'asse M ed ottenuti *I, II, III*,



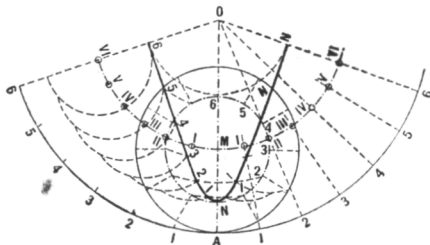
ecc. si delinei i cerchi generatori che intersecheranno gli archi tracciati dalle divisioni 1, 2, 3 del cerchio generatore. Per i punti d'intersezione ottenuti si faccia passare la curva chiesta.

340. *Determinare l'ipocicloide allungato generatosi dal punto N conoscendo il cerchio generatore MA , il cerchio fisso AO .*

Si operi come per la epicloide, ricordando che i punti 1, 2, 3, ecc., sul cerchio fisso OA sono uguali alle suddivisioni del cerchio generatore MA , mentre i punti d'intersezione pei quali deve passare la curva richiesta sono dati dai cerchi con raggio MN e centro in *I, II, III*, ecc. e dalle suddivisioni del cerchio MN con centro in O .



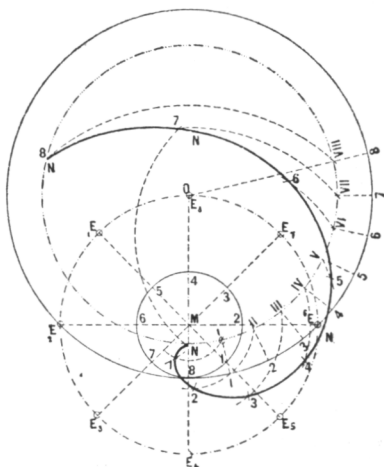
341. *Determinare l'ipocicloide accorciata generata dal punto N conoscendo il circolo generatore MA e il circolo fisso AO .*



Si operi come per il precedente problema.

342. *Determinare l'ipocicloide dato il circolo fisso M , il circolo generatore ON e il circolo girante $O8$.*

Si tracci dal centro comune O una retta che passi per M , centro del circolo fisso, e si otterranno i punti $8N$. Il punto 8 segna il contatto dei due circoli, da dove avrà principio il movimento del circolo girante, e il punto N da dove comincerà la curva. Si divida la circonferenza del circolo fisso M in 8 parti ed a partire da 8 si segnino sulla circonferenza del circolo girante e si riuniscano con tanti

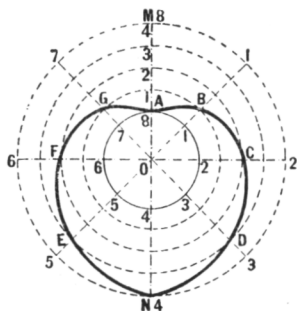


raggi col centro O , si avrà così i punti $I, II, III, IV, V, VI, VII$ e $VIII$. Quindi si faccia centro in M e si descriva con raggio MO una circonferenza e la si divida in 8 parti uguali, essa darà i punti $E^1 E^2 E^3 E^4 E^5 E^6 E^7 E^8$ centri nelle diverse situazioni del circolo girante. Con centro in M e raggio MI si descriva un arco, esso avrà un secondo punto della curva chiesta nel punto d'intersezione coll'arco descritto con centro in E^1 e raggio ON . Per determinare un secondo, un terzo, ecc. punto della curva basterà centrare in M , descrivere gli archi $MII, MIII$, ecc. ed intersecarli con raggi NO centrati in $E^2 E^3$, ecc.

343. L'*eccentrico* è una parte di macchina il cui ufficio è di trasformare il movimento circolare in rettilineo alternativo o viceversa.

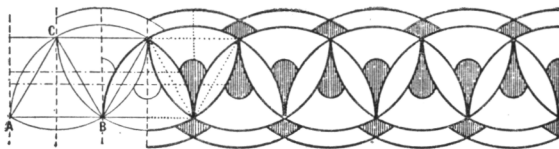
Indefinito è il numero degli eccentrici che sono in uso.

344. *Costruire un eccentrico con movimento alternativo uniforme.*



Stabilito che l'asta che deve dare il movimento debba salire gradatamente in N per ridiscendere in A ; per costruire l'eccentrico basterà dividere la circonfe-

renza O , uguale al lato AA del triangolo, in otto parti uguali e sugli assi corrispondenti portare $1 B, 2 C, 3 D$, ecc., e pei punti ottenuti $AB C D E F G A$ delineare la curva. Questo eccentrico per la sua forma è detto a *cuore*.

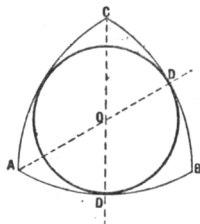
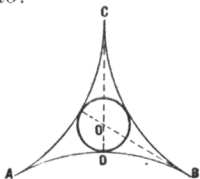


POLIGONI CURVILINEI E MISTILINEI.

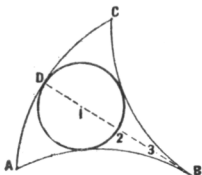
CIRCOLI INSCRITTI (1).

345. *Dato il triangolo equilatero curvilineo $A B C$, inscrivere un circolo.*

Si tracciano come per il triangolo rettilineo le bisettrici e si otterrà il centro O e il raggio $O D$ del circolo chiesto.



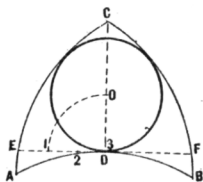
346. *Dato il triangolo equilatero curvilineo $A B C$ di cui due lati sono concavi ed uno convesso, inscrivere il circolo.*



Si tracci la bisettrice $B D$ e la si divida in quattro parti uguali. Con centro in I e raggio $I D$ si descriva il circolo desiderato.

(1) Nei trafori si danno molti casi di applicazione delle figure svolte in questo capitolo. Tanto nel caso che il circolo sia *tangente* o una parte di esso sia *raccordato*, l'operazione è la stessa.

347. Dato il triangolo equilatero $A B C$ di cui due lati sono convessi ed uno concavo, inscrivere un circolo

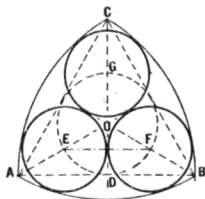


Si tracci la bisettrice CD ed all'estremità D gli si conduca una perpendicolare EF . Si divida DE in tre parti uguali e con centro in D si porti 1 in O . Centrato in O con

OD raggio si tracci il circolo chiesto.

348. Inscrivere tre circoli tangenti fra di loro e tangenti al triangolo equilatero curvilineo $A B C$.

Si riunisca i vertici $A B C$ e si traccino le bisettrici. Centrato in O con raggio OD si descriva la circonferenza, essa determinerà



sulle bisettrici i centri EFG , i quali, colla metà di EF per raggio, serviranno a delineare i circoli chiesti.

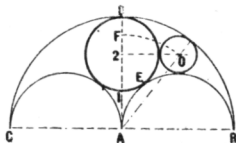
349. Dato un triangolo isoscele $A C B$, inscrivere un circolo.

Si traccino le bisettrici e si avrà O centro del circolo che con raggio OD

sarà tangente come chiesto.

350. Dato un triangolo isoscele $A C B$ composto di tre semicirconferenze, inscrivere un circolo.

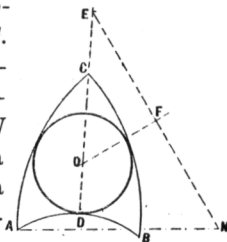
Nel vertice A si conduca la bisettrice AD che divide in tre parti uguali darà 2 centro del circolo.



Se si desidera un circolo nel triangolo $D B E$ basterà dividere $2 D$ per metà in F e con centro in A e raggio $A F$ intersecare in O la perpendicolare ad $A D$ tracciata dal punto 2.

351. *Inscrivere un circolo in un triangolo isoscele curvilineo con due lati convessi, conoscendo il centro N dell'arco $A C$.*

Si tiri la bisettrice $C D$ indefinita nel vertice C . Si porti il raggio $A N$ da D in E . Si unisca N con E , la perpendicolare innalzata sulla metà di $N E$ intersecherà la $D E$ nel punto O centro del circolo chiesto; $O D$ sarà il raggio.

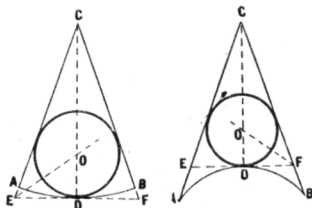


352. *Inscrivere un circolo in un triangolo isoscele curvilineo con due lati concavi, conoscendo il centro N dell'arco $A C$.*

Si tiri la bisettrice $D C$ indefinita in D . Si porti $N C$ da D in E , si unisca E con N , la perpendicolare innalzata sulla metà di $N E$ darà O centro del circolo chiesto; $O D$ sarà il raggio.

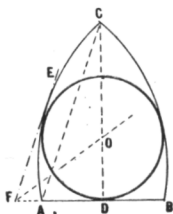
353. *Dato il triangolo isoscele di cui la base è curvilinea, inscrivere il circolo.*

Si tracci la bisettrice $C D$ e all'estremità D si conduca una perpendicolare che in-



contrerà i lati o il loro prolungamento secondo la curva sia concava o convessa in EF , si avrà così il triangolo rettilineo $EF C$ le cui bisettrici danno il centro O che con raggio OD serve a descrivere il circolo chiesto.

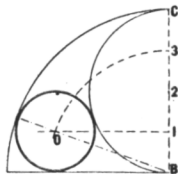
354. Dato un triangolo isoscele ABC di cui due lati sono convessi, inscrivere un circolo.



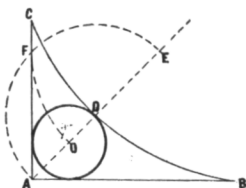
Si tracci la bisettrice CD , si unisca C con A e si prolunghi AB . Tracciando una tangente al lato convesso CA parallela alla retta AC si otterrà il punto F . Si conduca la bisettrice dell'angolo EFB e si avrà il centro O del circolo chiesto; OD sarà il raggio.

355. Dato un triangolo mistilineo ABC , inscrivere un circolo.

Si tracci il diametro BC e lo si divida in quattro parti uguali. Si tracci nel punto 1 la perpendicolare alla BC ; con centro in B e raggio $B3$ descrivendo un arco si otterrà il punto O d'intersezione centro del circolo chiesto.



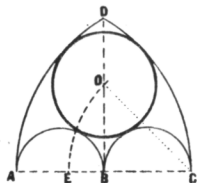
356. Dato un triangolo rettangolo mistilineo ABC , inscrivere un circolo.



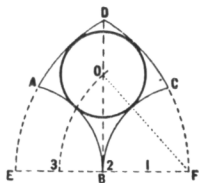
All'angolo CAB si faccia la bisettrice, essa darà il punto di intersezione D . Centrato in D con raggio DA si descriva il semicerchio AE , il quale intersecherà il lato AC in F . Centrato in E si porti F sulla bisettrice in O , il punto O sarà il centro del circolo chiesto ed OD il raggio.

357. Dato un quadrato curvilineo $A B C D$ composto di due semicirconferenze e da due archi di sessanta gradi, inscrivere un circolo.

Si tirino $A B C$ e la diagonale $B D$. Si divida $A C$ in cinque parti uguali e si porti una di queste cinque parti da B in E , quindi con centro in C si descriva un arco, esso intersecherà la $B D$ in O centro del circolo chiesto.



358. Dato il quadrilatero curvilineo $A B C D$, inscrivere un circolo.

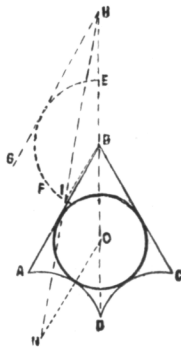


Si conduca la diagonale $B D$ e all'estremità B si faccia passare una perpendicolare indefinita. Si prolunghino gli archi $A D$ e $D C$, si avrà così i punti $E F$. Si divida $E F$ in quattro parti uguali. Con centro in F si porti il punto 3 sulla diagonale

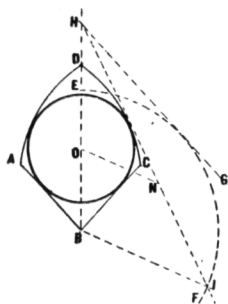
$B D$ e si otterrà O centro del circolo chiesto.

359. Inscrivere un circolo in un quadrilatero mistilineo $A B C D$ di cui si conosce il centro N dell'arco $A D$.

Si conduca la diagonale $B D$ indefinita in B . Con centro in B e raggio $N A$ si descriva un arco e gli si conduca una tangente parallela ad $A B$; questa tangente intersecherà la $B D$ in H . Si unisca H con N e si avrà il punto di intersezione I . Si unisca I con B e da N si tracci una parallela ad $I B$, essa intersecherà la $B D$ in O centro del circolo richiesto.



360. *Inscrivere un circolo in un quadrilatero mistilineo $A B C D$ di cui si conosce il centro N dell'arco $A D$.*



Si conduca la diagonale $B D$ indefinita in D . Con centro in B e raggio $N A$ si descriva un arco e vi si conduca la tangente $G H$ parallela al lato $A B$. Da H per N si conduca una retta, essa incontrerà l'arco descritto con centro B e raggio $N A$ in I . Si unisca I con B , da N si tracci una parallela ad $I B$ e si avrà O centro del circolo chiesto.

RISOLUZIONE DEI PROBLEMI GRAFICI COI LUOGHI GEOMETRICI.

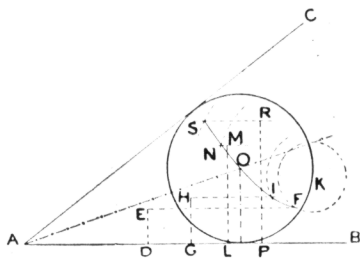
361. Dicesi *luogo geometrico* di un punto la linea formata dalla successione di tutte le posizioni nelle quali si può trovare esso punto, pur soddisfacendo sempre a certe determinate condizioni.

I tre problemi seguenti sono basati su questo principio: nella prima figura la *bisettrice* è un primo luogo geometrico, perchè si sa che il centro si deve trovare sulla bisettrice e la *parabola* che ne definisce il centro è un secondo luogo geometrico. Le *iperboli* che sciolgono gli altri due problemi sono luoghi geometrici.

362. *Dato un angolo $C A B$ ed un punto K , determinare la circonferenza passante per K e tangente ai lati dell'angolo.*

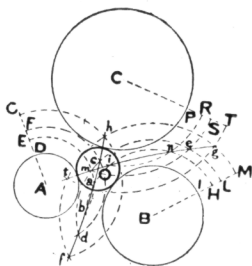
Si prenda un punto qualunque D e si innalzi una perpen-

dicolare DE con centro in K e con raggio DE si intersechi in F la parallela EF alla AB . Si prendano altri punti GLP , ecc. ed operando come abbiamo detto pel punto D , ossia intersecando (sempre con centro in K) la parallela alla AB , con un raggio uguale all'altezza della perpendicolare innalzata, si avranno i punti d'intersezione INS pei quali si farà passare una curva (parabola), la quale intersecherà la bisettrice in O centro della circonferenza domandata.



363. *Si desidera un circolo tangente a tre circoli dati ABC .*

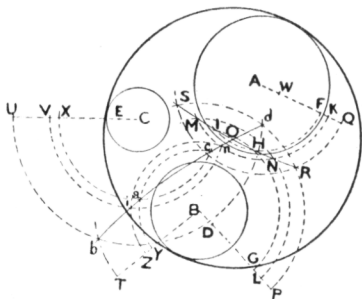
Si tracci il raggio AD e lo si prolunghi e si segnino a piacere i punti EFG . Si tracci il raggio BI e nel suo prolungamento si segnino HLM equidistanti a partire da I come EFG da D . Si centri in A e con raggio AE si descriva un arco che intersecherà l'arco descritto con centro



B e raggio BH in a e b . Si centri in A e B e coi raggi AF , AG , BL e BM si descrivano gli archi che s'intersecheranno in $c d h f$. Per $h c a b d f$ si faccia una curva. Quindi si tracci il raggio CP e si segnino RST equidistanti da P come HLM da I . Con centro C e raggi CR , CS e CT si descrivano i circoli concentrici che inter-

secheranno gli archi HLM in $i n m e g t$, punti pei quali si farà passare una seconda curva che intersecherà la prima in O centro del circolo desiderato.

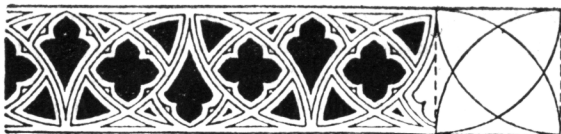
364. *Tracciare un circolo circoscritto a tre circoli dati $A B C$.*



Si porti sopra il raggio A il raggio B e si avrà la differenza $A W$ dei due raggi che si porta da B in D . Si faccia centro in A con una apertura qualunque per es. $A F$ e si descriva un arco. Il raggio $A F$ si porti

in D e si ottenga il punto G . Con centro in B e raggio $B G$ si descriva un arco che intersecherà il già descritto con centro A in $I H$. Si descriva con centro A un arco $A K$ e da D con raggio $A K$ si ottenga L , con centro B e raggio $B L$ si descriva l'arco che intersecherà l'arco K in $M N$. Con raggio $A Q$ si descriva un arco che intersecherà l'arco P , descritto con centro B e con raggio uguale alla somma di $A Q$ più $B D$, nei punti $S R$. Per $S M I H N R$ si tracci una curva.

Sia $E C$ la differenza che passa fra il raggio del circolo B e quella del circolo C . Con centro B si descrivano gli archi Y, Z e T . Con gli stessi raggi a partire da E si segnino i punti $X V U$ e fatto centro in C si ottengano le intersezioni $a c i n b d$. Per i punti $b i a c n d$ si tracci la curva che intersecherà la prima trascritta in O centro del circolo chiesto.



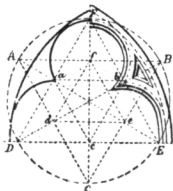
OPERE GOTICHE DI FRASTAGLIO.

TRAFORI.

365. *Arco acuto o ogivale* e più comunemente *gotico* dicesi un angolo curvilineo, i cui lati sono due archi di circolo uguali.



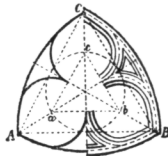
366. *Disegnare la decorazione dell'arco acuto.*



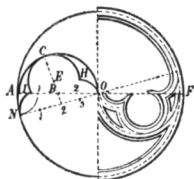
Si trovi il centro dell'arco acuto e si descriva la circonferenza a cui appartiene, si facciano quindi i triangoli $A B C$ e $D E F$, essi daranno i centri d e f dei tre lobi.

367. *Disegnare la decorazione dell'arco acuto.*

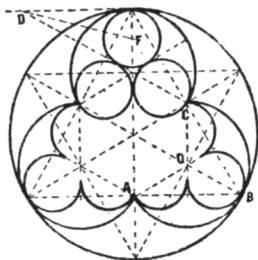
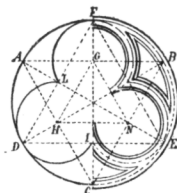
In questo caso la figura dell'arco acuto è completa sui tre lati, si riuniscano i vertici, si avrà così il triangolo $A B C$ le cui bisettrici determineranno il circolo inscritto che darà i centri $a b c$ (348).



368. Rosa gotica bipartita. Sia $A O F$ il diametro; si divida $A O$ in quattro parti eguali; e col centro in A si descriva l'arco $1 N$. Si faccia il semicerchio $A C O$ con centro in B . Si conduca la $N O$, e la si divida in quattro parti eguali e sulla metà s'innalzi la perpendicolare $2 C$; si divida $2 C$ in due parti uguali in E . Con centro in E e il raggio $E C$ si descriva una circonferenza che incontrerà in I ed H gli archi descritti coi raggi $1 N$ e $3 O$. La figura ottenuta sarà metà della rosa; per l'altra metà si ripeta l'operazione. L'ornamentazione consistendo in parallele si ottiene con gli stessi centri.



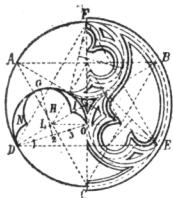
369. Rosa gotica tripartita retta. Vi si costruisca un poligono stellato regolare di 6 punte, uniti i vertici con diametri si otterranno facilmente i punti $G H N$, vertici di un triangolo equilatero. Si faccia centro nei vertici $G H N$, e si descrivano le semicirconferenze $L D I$; il resto è evidente.



370. Rosa bisantina tripartita retta. La costruzione è

uguale alla precedente, quindi si determinino i centri F (219) e si sarà ottenuta la traccia della figura.

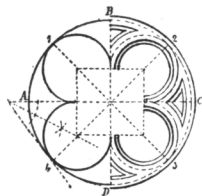
371. Rosa gotica tripartita obliqua. Si faccia lo stesso tracciato della figura precedente, quindi si unisca il punto



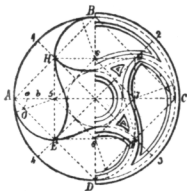
O col punto D . Questa retta si divida in quattro parti uguali: nel punto 2 si innalzi la perpendicolare $2 G$, essa incontrerà il diametro $D B$ in L . Col centro in L e il raggio $L D$ si descriva quella porzione di circonferenza che partendo da D va in O . Si divida la per-

pendicolare $2 G$ per metà in H . Con centro in H e il raggio $H G$ si descriva una circonferenza che incontrerà in I ed N gli archi descritti coi raggi 1 D e 3 O . La figura ottenuta sarà un terzo della rosa. Per gli altri due terzi si ripeta l'operazione.

372. Rosa gotica quadripartita retta. Si operi per ottenere il quadrato interno applicando il problema (219) che insegna a inscrivere più cerchi in una circonferenza, il rimanente è ormai evidente.



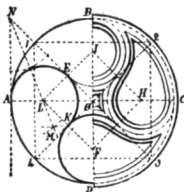
373. Rosa gotica quadripartita a fiamme. Si costruisca



il quadrato $A B C D$. Si conducano poscia le rette 1-3, 2-4 e si avranno i punti per il quadrato $H G F E$ che incontra la $A C$ e la $B D$ nei punti 5, 6, 7, 8. Si uniscano questi punti, si avrà così ottenuto un quadrato parallelo al dato. Si divida $A 5$ in tre parti uguali

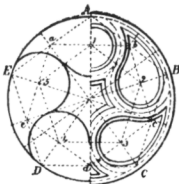
in a e b . Col centro in A e col raggio $A a$ si descriva l'arco $a I$, e si riunisca I con 5. Questa retta incontrerà

la AD in O . Col centro in 5 si descriva l'arco AE ; con centro in O l'arco EL ; ed infine con centro G l'arco LH , e si otterrà una delle fiamme.

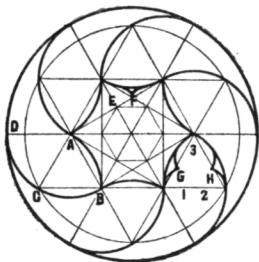


374. Rosa gotica quadripartita obliqua. Si ottengano con la solita operazione i centri L, F, H, I e con essi si descrivano le porzioni di circonferenze AEK . Si tracci quindi l'ornamentazione.

375. Rosa pentagonale obliqua. Si inscrivano i tre pentagoni $ABCDE$; $abcde$; 12345 ; i vertici dell'ultimo pentagono 1, 2, 3, 4 e 5 saranno i centri della testa dei cinque lobi.

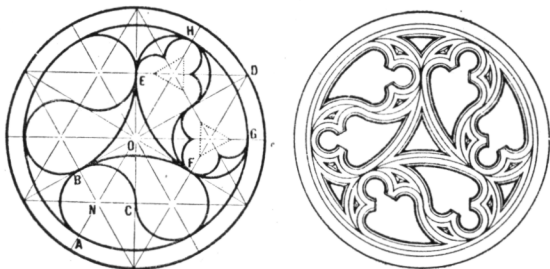


376. Disegnare una rosa gotica esagonale a fiamme. Si eseguisca il poligono stellato con sei punte, quindi con



centro in C si descrivano gli archi AB e con centro in A gli archi BD . Il lato AB fa parte di un esagono interno nel quale si inscriba un secondo poligono stellato, si avrà così i centri E per fare le corna interne.

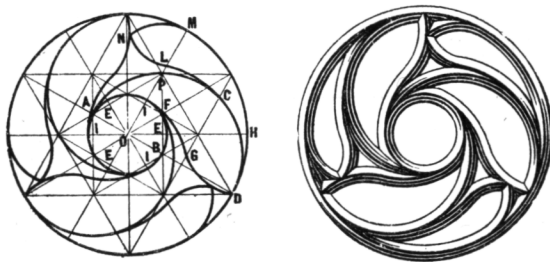
377. *Rosa esistente alla Madonna della Quercia presso Viterbo, opera del Bramante.*



Si faccia un poligono stellato a sei punte e si avrà i punti N centri degli archi $A B C$, quindi coi centri D si descrivano gli archi $E F$ e con centro O si tracci la circonferenza A .

Questo motivo è il risultato della tangenza di tre ovali che hanno per centro O e D per gli archi $E F$ e $H G$ ed N per gli archi $A B$.

378. *Rosa esistente in uno stallo nel palazzo della Signoria a Siena, opera di Domenico del Coro.*

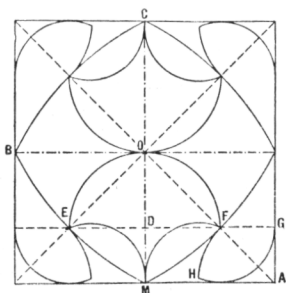


Si eseguiscano i quattro triangoli equilateri, come nella figura. Con centro in B si descriva la semicirconferenza $A C D$. Con centro in E si descriva l'arco $F G$ raccordato

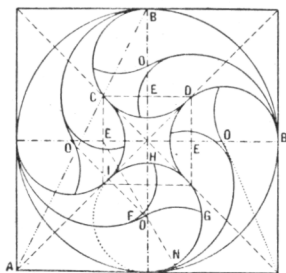
in G con l'arco GD che ha per centro H . Con centro in I si faccia l'arco CL che raccorderà in L con l'arco LN centrato in M ; quindi centrato in P si faccia l'arco MN . Si replichi l'operazione e si sarà ottenuta la rosa chiesta.

Fragtagli di una casa in piazza dei Mercanti in Norimberga.

379. Coi centri A si descrivano gli archi BC che incontreranno le diagonali nei punti E, F , per FE una retta de-

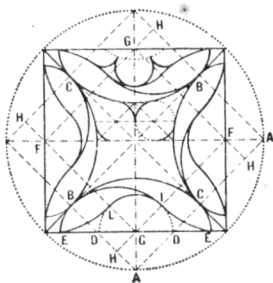


terminerà D centro delle semicirconferenze EOF . Coi centri in F e A si ottenga la punta della foglia H . Centrato in H si faccia gli archi FM . Si avrà così l'assieme del motivo.



380. Si tiri le diagonali del quadrato e le perpendicolari pel centro. Si tracci la bisettrice dell'angolo formato dalla diagonale con il lato e si avranno i centri O dei quattro circoli tangenti. Si unisca A con B e si avrà C vertice del quadrato interno che servirà ad ottenere i punti E centri degli archi BO . Da E per O si faccia passare una retta e si avranno i punti N centri degli archi OG . Si uniscano i centri O e si avranno sulle diagonali i punti I centri degli archi FH . Si avrà così la traccia di questo frastaglio.

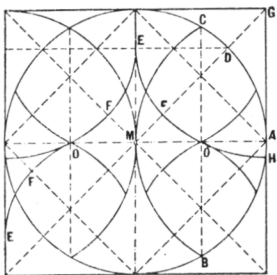
381. Il quadrato si inscriva in una circonferenza e se ne eseguisca un secondo coi vertici in A . Si faccia centro nei vertici A e si descrivano gli archi BC e con centro D si descrivano gli archi BE e CE . Si faccia un terzo quadrato



indicato in figura coi vertici F e si prolunghino i lati in H ; questi punti H sono i centri degli archi BI , quindi con centro in F e in G coi raggi GI si descrivano gli archi IL ; quindi con gli stessi centri G ed F si raccordi LE . Si avrà così l'assieme della figura.

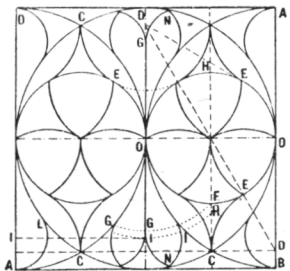
382. Con centro A si descrivano gli archi CB . Pei punti D incontro della circonferenza con le diagonali si facciano passare delle rette che daranno i punti E . Con

centro in D si segnino gli archi EF e con centro in G



gli archi FOH . Si avrà così l'assieme del disegno che va scancellato nelle parti non esistenti.

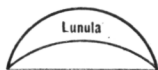
383. Col raggio del circolo inscritto si eseguiscano le semicirconferenze con centro in O . Pei punti C ottenuti



si faccia passare una retta, essa determinerà i punti D centri degli archi EC . Si unisca D con E e si avrà i punti H sulle verticali che uniscono i punti C . Si centri in O e si ottenga con degli archi concentrici partenti da H e da F i punti I centri degli archi GN . I punti I sulla

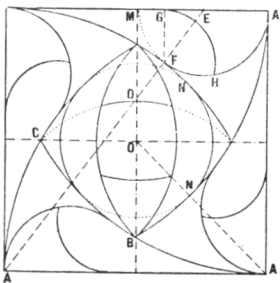
$G O G$ orizzontalmente daranno sui lati del quadrato altri punti I centri degli archi $L A$. Si ottenga quindi le due circonferenze che hanno per diametro il raggio del circolo e le si dividano in 6 parti e collo stesso raggio si facciano i triangoli equilaterali curvilinei. Si avrà così l'assieme del motivo.

384. *Lunula* dicesi una superficie chiusa fra due archi di circolo aventi la stessa corda.



385. *Biangola* si dice una figura formata da due segmenti di circolo aventi una base comune.

386. Con raggio uguale al lato e centro in A si ottenga il quadrilatero curvilineo che ha per lato $C B$. Si unisca il centro O con A e si avrà il raggio $O N$ del circolo in-



scritto. Con centro in C e raggio uguale al lato del quadrato si facciano le biangole. Si tracci le rette $A D$, esse daranno i punti E centri degli archi $F H A$. Da F si tracci una perpendicolare e si avrà G ; $F G$ è il raggio degli archi $G H$. Si avrà così l'assieme del motivo.

DEI PROFILI.

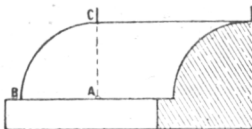
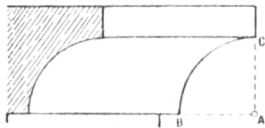
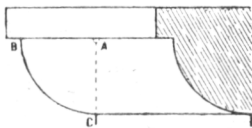
387. Per *profilo* s'intende la convenzione grafica per fare conoscere le altezze, le larghezze, lo spessore, la forma di cui è composta una cornice, una base, ecc., ecc.

388. *Modanatura* o *modinatura* è la parola generica che si applica a tutte le parti più o meno importanti di cui si fa uso nell'arte del profilare. Ciascuna modanatura o modinatura ha il suo profilo.

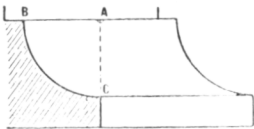
389. Dicesi *listello* una piccola modanatura piana e quadrata accompagnatoria o di divisione.

390. Dicesi *ovolo* o *echino* una modanatura che ha generalmente la forma di un quarto di cerchio.

391. Dicesi *cavetto* o *guscio* una modanatura concava che fa l'effetto contrario dell'ovolo.

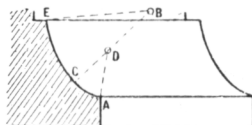
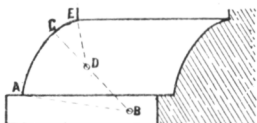
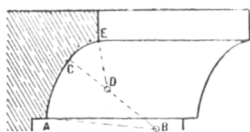
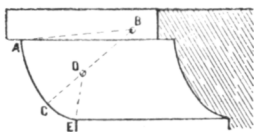


Ovoli.

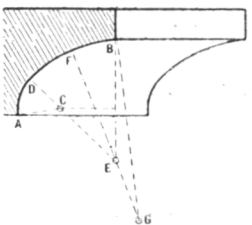
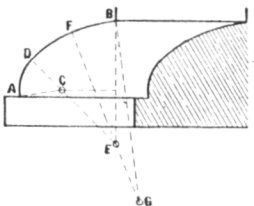
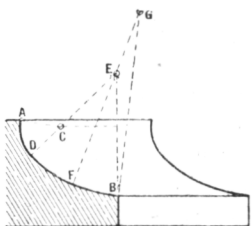
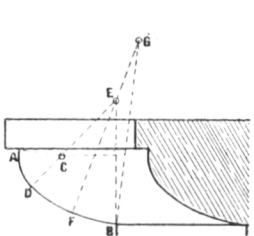


Cavetti.

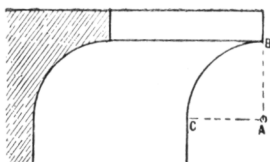
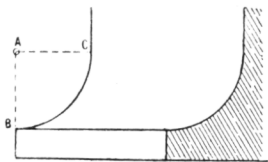
392. In questo caso l'ovolo, che è unito ad un *listello*, ha per profilo un quarto di cerchio *convesso*; mentre il cavetto ha per profilo lo stesso quarto di cerchio ma *concavo*.



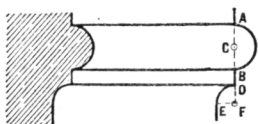
393. Ovoli e cavetti il cui profilo è una curva costrutta mediante due centri.



394. Ovoli e cavetti il cui profilo è una curva costrutta col mezzo di tre centri.

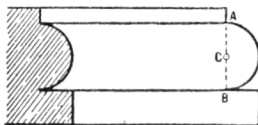


395. Dicesi *cimbia*, *cimbra*, *imoscapo*, *summoscapo* o *apophige* una modanatura che ha la stessa forma del cavetto, tranne che la curva invece d'essere interrotta si accorda col piano verticale.

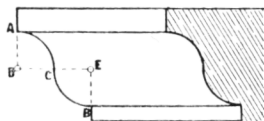


396. Dicesi *astragalo*, *tondino*, *bastoncino* o *fusaruolo* una modanatura di piccole dimensioni il cui profilo è una semicirconfenza.

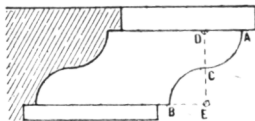
397. Dicesi *toro* una modanatura generalmente in uso nelle basi delle colonne, il cui profilo è una semicirconfenza.



398. Dicesi *gola* una modanatura che ha la forma di un S; essa prende il nome di *gola dritta* quando la parte superiore ha la forma del cavetto e l'inferiore quella dell'ovolo; *rovescia* quando è l'opposto.

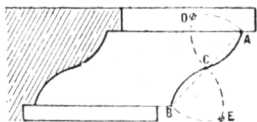
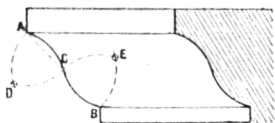


Gola dritta.



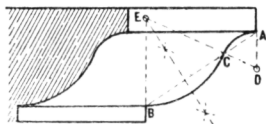
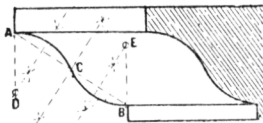
Gola rovescia.

399. Gole costruite mediante due quarti di cerchi con raggi uguali.



400. *Gole* che hanno per centro degli archi il vertice del triangolo equilatero curvilineo che ha per corda la metà di AB .

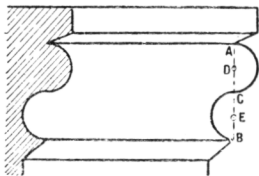
401. *Gola diritta* risultante dalla divisione di AB in quattro parti uguali e dalle perpendicolari AD e BE .



402. *Gola diritta* composta di due archi disuguali, il centro D si determina a piacere, il secondo centro E è il punto d'intersezione delle perpen-

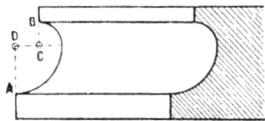
dicolari innalzate sulla metà di CB e in B .

403. *Gola rovescia* i centri della curva sono fra loro perpendicolari descritti collo stesso raggio e formati da due semicerchi. (Arco di Costantino, Roma).

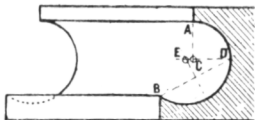


404. Dicesi *Scozia* una modanatura concava che serve a separare le modanature convesse ed è formata di uno o più archi.

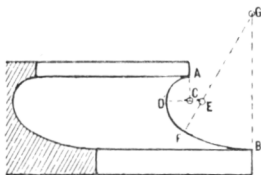
405. *Scozia a due centri.* L'incavatura è formata da due quarti di cerchio, il superiore ha per raggio CB uguale alla metà del raggio inferiore AD .



406. Scozia a due centri. Si descriva il primo quadrante con centro in C . Si riunisca D con B , la perpendicolare innalzata sulla metà darà E centro della curva DB .

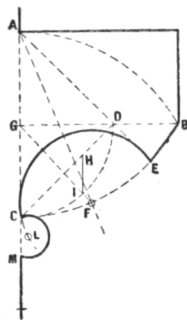


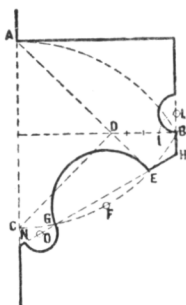
407. Scozia a tre centri. L'incavatura consta di un quadrante con centro in C , di un arco con centro in E e raggio uguale una mezza volta di più di DC . Il terzo arco si determina in due modi: 1° stabilito il punto F si unisce con B e la perpendicolare sulla metà dà il punto d'intersezione G centro dell'arco; 2° si prende DE lo si porta sulla perpendicolare B , si unisce il punto ottenuto con E , la perpendicolare innalzata sulla metà darà il centro G .



PROFILI GOTICI.

408. Cornici. Dato AC si divida per metà con una perpendicolare G . Con centro in G e raggio CG si ottenga D . Con centro in A e C e con raggio AC si ottenga B e col prolungamento di AD si avrà E . La bisettrice di CAD determinerà F centro del cavetto EC . Si unisca F con G e si avrà I , si innalzi la verticale IH , la metà di IH sarà il raggio del bastone che si porterà da C in L sul prolungamento dell'arco del cavetto.

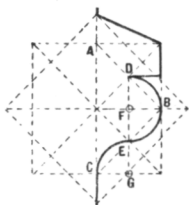
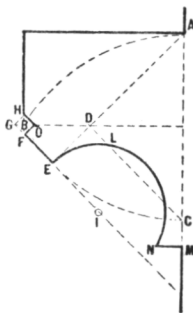




409. Si ottenga come per la figura precedente i punti $A B C D E$. Si divida $D B$ in quattro parti uguali e con centro in B si porti 1 in L che sarà il centro del guscio circolare del profilo. Si prenda $E F$ uguale a $D E$ e con centro in F si descriva il cavetto $E G$. Per E e per G si faccia passare una retta che sarà limitata in H dal prolungamento della $L B$, quindi con raggio uguale a $B L$ da G si segni il centro

O che servirà a disegnare il bastone.

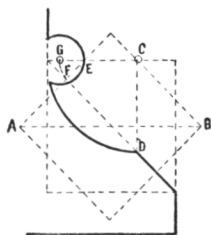
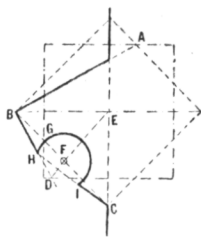
410. Si ottenga i punti $A C B D E$ come per la precedente figura. Per E si conduca una parallela alla $D C$ e si otterrà G . Si segni $O H F$ equidistante da B come G e si otterrà il quadratino di cui due lati formano il piccolo incavo. Si prenda $B D$, esso è il raggio del cavetto che si porta da E in I , quindi si centri in I e lo si descriva. Il cavetto intersecherà $D C$ in L . Si porti la distanza $D L$ da C in M e orizzontalmente da M in N .



411. Si eseguisca un poligono stellato regolare formato da due quadrati ed un terzo quadrato inscritto coi vertici in $A B C$. Si avrà così i punti E , per D ed E si faccia passare una retta, essa darà il centro F della semicirconfenza $D B E$ e il centro G del

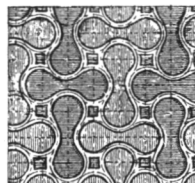
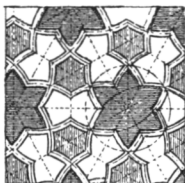
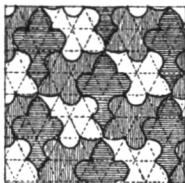
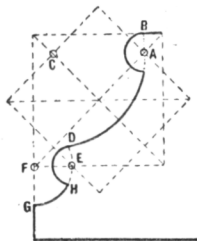
l'arco $E C$. Il resto è evidente.

412. Si eseguisca un poligono stellato regolare formato da due quadrati. Si unisca B con A e si avrà lo sporto. Si ottenga la BHD facendo una perpendicolare in B alla AB . Si riunisca D con E e si avrà F centro del cavetto limitato in I dalla unione di H con C .



413. Zoccoli. Si eseguisca il solito poligono stellato. Con centro in E si porta F in G che sarà il centro del bastone. Da C si abbassi una perpendicolare e si avrà D , quindi si centri in C e raggio DC e si descriva il cavetto sino allo incontro del bastone. Il resto è evidente.

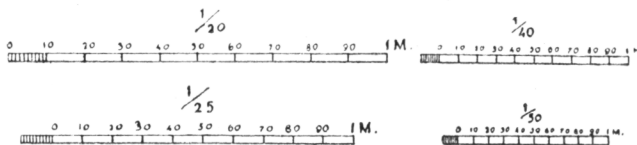
414. Si eseguisca il poligono stellato, quindi con centro in F e raggio FE si descriva un arco e si avrà G . Con centro in E ed in A e con raggio AB si disegnino le due semicirconfereze di cui una limitata in D dall'arco GH e l'altra dall'arco DA eseguito con centro in C .



SCALE SEMPLICI E TRASVERSALI.

415. La *scala di proporzione* è quella linea divisa in parti uguali a piè di un disegno che serve per misurarlo, cioè il rapporto che passa tra le dimensioni naturali dell'oggetto rappresentato col disegno; esse sono: *semplici* o *trasversali*.

Nei disegni si usa adottare per rapporto il metro lineare; per es.: prendasi un tavolo alto 80 centimetri; disegnandolo alto 8 centimetri, il rapporto sarà di $\frac{1}{10}$; ed in questo caso ogni metro lineare sarà rappresentato da un decimetro (decima parte del metro).



416. *Costruire una scala semplice di 1 a 20 o di $\frac{1}{20}$.*

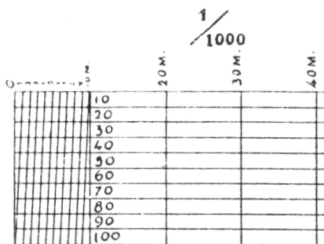
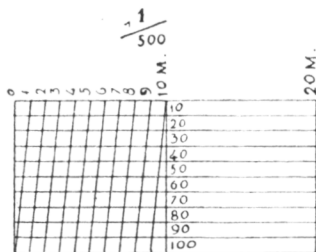
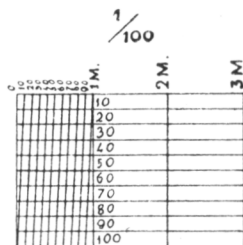
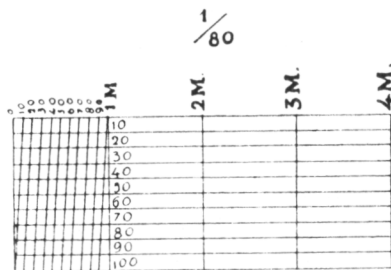
Si dividano centimetri 100 per 20 e si avranno 5 centimetri che rappresenteranno il nostro metro; si dividano i 5 centimetri del nostro metro per 10 e si otterrà il decimetro; quindi il nostro decimetro per 10 e avremo il centimetro; questo pure per 10 darà il nostro millimetro.

417. *Costruire una scala semplice di 1 a 25 o di $\frac{1}{25}$.*

La venticinquesima parte di un metro (100 centimetri) è di 4 centimetri. Si dividano 4 centimetri per 10 e si avrà il decimetro; questo per 10 e si avrà il centimetro.

Per ottenere le scale di $\frac{1}{40}$, di $\frac{1}{80}$, di $\frac{1}{200}$, ecc., basterà dividere il metro in 40, in 80, in 200 parti, ecc.

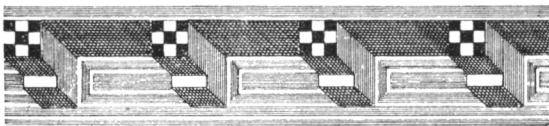
418. Disegnare una scala di $\frac{1}{80}$ per mezzo delle trasversali.



Si porti su una retta diverse volte il metro, ossia la lunghezza 0,0125 che è il risultato di metri 1 diviso 80 e per i punti ottenuti si conducano delle perpendicolari, sulle quali si segnino 10 spazii uguali e vi si facciano passare delle parallele. Si divida la prima retta superiore come l'ultima inferiore dello spazio racchiuso di un metro in 10 parti uguali, indi si uniscano questi punti con linee trasversali e si avrà la scala chiesta.

419. Le scale trasversali diconsi anche *ticoniche*.

Si noti che l'ultima trasversale darà tanti spazii che nelle scale sino a $\frac{1}{100}$ indicano i millimetri; per $\frac{1}{500}$, per $\frac{1}{1000}$, ecc., indicheranno i centimetri.



PIANTA, ALZATA E SPACCATO.

420. La *Geometria nello spazio*, o *Geometria a tre dimensioni* (lunghezza, larghezza, altezza), tratta delle figure in cui tutti i punti non sono situati su uno stesso piano, cioè a dire in cui gli elementi possono essere disposti in un modo qualunque nello spazio.

421. Per eseguire il tracciato di queste figure che sembrerebbero dover presentare delle grandissime difficoltà, si ricorre ad un mezzo semplicissimo, distinto sotto il nome di *metodo delle proiezioni*, e che è un'applicazione della *Geometria descrittiva*. Questa dà, in generale, i metodi per mezzo dei quali si possono tracciare su un piano tutti i disegni necessari alla rappresentazione esatta delle figure nello spazio. Ed è per mezzo di questo genere di disegno che i costruttori di mobili, macchine, utensili, edifizii ed altri oggetti simili hanno in tutti i tempi determinato le forme e le posizioni dei corpi a tre dimensioni che essi avevano da costruire.

422. La *Geometria descrittiva* rapporta la posizione dei corpi a due piani di proiezione rettangolari; uno dei piani si suppone orizzontale, l'altro verticale, e la linea d'intersezione fra questi due piani è detta *linea di terra*.

423. Il *piano orizzontale* è quello in cui si suppone l'oggetto visto a volo d'uccello e dicesi *proiezione orizzontale*.

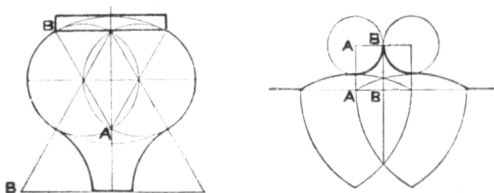
424. Il *piano verticale* è quello dove l'oggetto è guardato in faccia relativamente a tutti i suoi punti e linee di altezza e dicesi *proiezione verticale*.

425. Dicesi *pianta* la rappresentazione di tutti i punti e linee del corpo visto sul piano orizzontale; anticamente la chiamavano *icnografia* da *ichnos*, impronta della pianta del piede.

426. Dicesi *alzata*, che è sinonimo di altezza, la rappresentazione di tutti i punti e linee del corpo visto sul piano verticale; l'alzata è detta anche *elevazione*.

427. Dicesi *spaccato* una sezione regolare rappresentante le parti interne di un corpo e serve a fare conoscere la grossezza delle parti; lo spaccato fu detto anche *profilo* ma il termine spaccato dà l'idea di cosa tagliata.

428. Presentiamo qui la *pianta* e l'*alzata* di un tavolo da disegno col suo sgabello in uso presso il R. Istituto di Belle Arti in Roma.



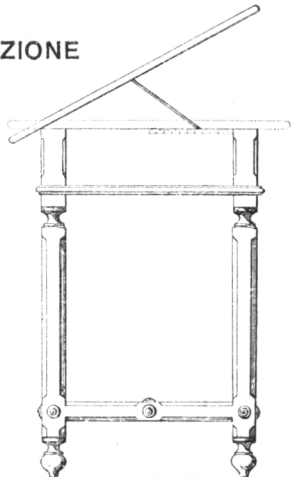
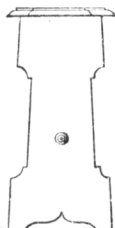
429. Il piede del tavolo è, come si vede, un ovale, e il centro *B* dell'incavo è equidistante da *A* come *B* dell'ovale.

430. Il traforo della base dello sgabello è dato, come si vede, da due triangoli equilateri curvilinei che hanno per lato $\frac{2}{3}$ della lunghezza, e da due cerchi tangenti che hanno la metà del terzo per raggio.

ALZATO o ELEVAZIONE

Altezza

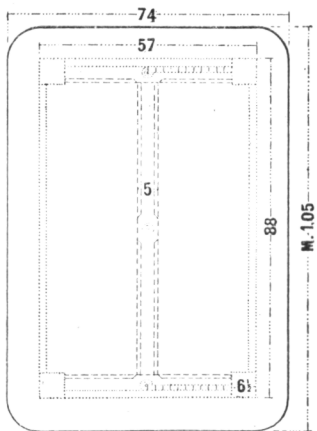
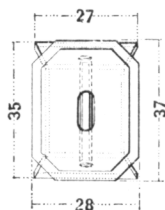
57	13	3	23	3	13	2
----	----	---	----	---	----	---



Altezza

6	31	61	17	48	31	15	2
---	----	----	----	----	----	----	---

PIANTA o ICNOGRAFIA

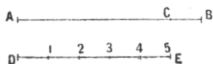


M. 1,05

Scala 10 20 30 40 50 60 70 80 90 1 Metro

COPIA E RIDUZIONE DI DISEGNI.

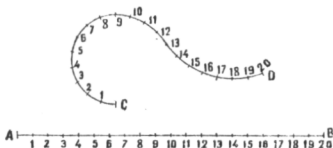
431. *Trovare la comune misura di due rette AB e ED .*



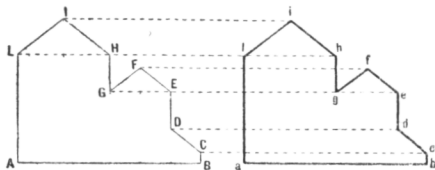
Si porti la retta minore DE sopra la maggiore AB ; si abbia p. es. la differenza CB ; CB si porti sulla DE e supponiamo che ci stia 5 volte precise. Dunque CB è la comune misura, cioè una distanza che sta esattamente tanto sulla AB come sulla DE .

432. *Si desidera la curva CD rettilinizzata (1).*

Si prenda un'apertura a piacere e la si porti sulla curva quante volte ci sta; supponiamo che ci stia 20 volte precise, su una retta si porti 20 volte l'apertura summenzionata e si otterrà AB che sarà CD rettilinizzata.



433. *Riprodurre un disegno in misura uguale all'originale.*



1° Metodo.

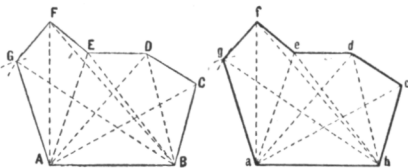
Si tirino tante parallele che passino per i vertici della

(1) Questa operazione è approssimativa, poichè una porzione di curva è sempre una corda.

figura. Con un'apertura uguale ad AB si segni ab ; quindi si prenda un'apertura di compasso uguale a Bb e la si porti in $CDEFGL$ sulle parallele e si otterrà i punti $cdefghil$ che riuniti daranno la figura chiesta. Questo metodo dicesi delle *parallele*.

434. 2° Metodo.

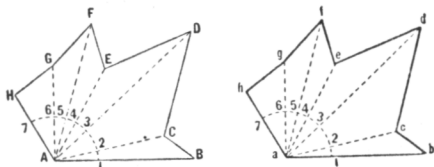
Si conducano da A e da B tante diagonali. Per ottenere una copia della figura, basterà fare ab uguale ad AB ,



con centro in a e raggio uguale ad AG descrivere un arco che intersechi l'arco descritto con raggio uguale a BG e centro b ; l'intersezione dei due archi darà il vertice g . Si ripeta l'operazione per tutti i vertici; ottenuti si uniscano e si avrà la figura chiesta. Questo metodo dicesi dei *punti d'intersezione*.

435. 3° Metodo.

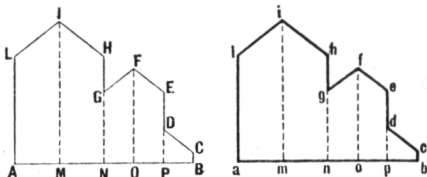
Da un angolo A conducansi le diagonali della figura. Si faccia un angolo $h a b$



uguale all'angolo HAB , e sopra l'arco, che ha servito a fare l'angolo uguale, si segnino tanti punti corrispondenti ai punti d'intersezione delle diagonali. Dal vertice a si traccino le rette ag, af, ac, ad, ae uguali alle corrispondenti diagonali AG, AF, AE, AD, AC . Si unisca i vertici $hgfedcb$ e si sarà ottenuta la figura chiesta. Questo metodo dicesi delle *diagonali di un angolo*.

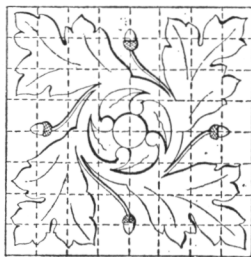
436. 4° Metodo.

Si segnino nell'originale dai vertici delle perpendicolari alla base. Si facciano nella copia tante perpendicolari corrispondenti a quelle dell'originale. Si uniscano i punti ottenuti, si avrà così la figura chiesta. Questo metodo dicesi delle *ordinate*.

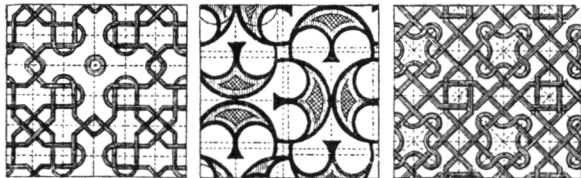


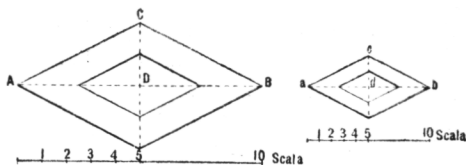
437. 5° Metodo.

Si iscriva la figura dentro un reticolato di quadrati perfetti, e questi si ripetano su altra carta. Si cerchino sul nuovo tracciato i punti corrispondenti a quelli dell'originale; e si otterrà una figura identica alla data. Questo metodo dicesi della *reticola*.



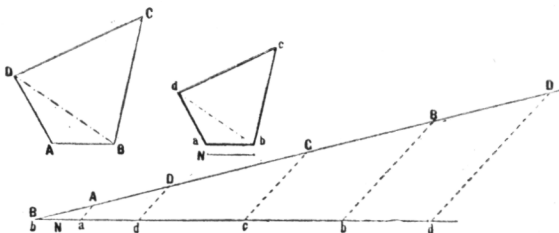
Se si desidera rimpicciolire o ingrandire il disegno basterà fare i quadrati più piccoli o più grandi, e cercare sovr'essi i punti corrispondenti a quelli dell'originale.





438. 6° Metodo.

Per eseguire l'operazione d'ingrandimento o di rimpicciolimento non occorre altro che variare il valore dell'unità della scala: metodo che dicesi della *scala di proporzione*.



439. Dato un poligono $A B C D$ ed un segmento diretto N (considerato come corrispondente ad $A B$) costruirvi sul lato N un poligono simile (1).

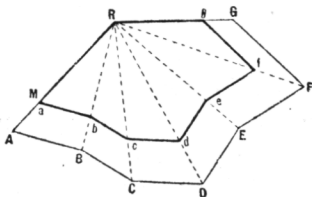
Si faccia un angolo a piacere e su uno dei lati a partire dal vertice si portino $B A, A D, D C, C B$ e $B D$, lati e diagonale del poligono dato. A partire dal vertice sull'altro lato si segni quindi $b a$ uguale al dato N , si unisca a con A e da $D C B D$ si tirino delle parallele; $a d, d c, c b$

(1) Diconsi simili due poligoni aventi gli angoli rispettivamente uguali e i lati rispettivamente proporzionali.

e b d saranno rispettivamente i lati e la diagonale del poligono simile richiesto. Questa operazione è comune per tutti i poligoni ed appartiene anch'essa al metodo che dicesi della *scala di proporzione*.

440. 7° Metodo.

Da un vertice conducano le diagonali della figura. Si segni su una di esse il punto M , differenza che si vuol avere; partendo da M si conducano fra una diagonale e l'altra delle parallele ai lati della figura primitiva; si sarà ottenuto una figura simile ridotta. Questo metodo dicesi *di riduzione*.

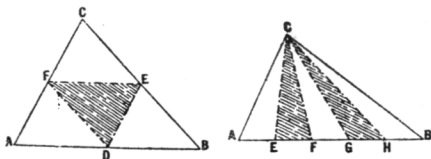


DELLE FIGURE EQUIVALENTI.

441. Diconsi *equivalenti* due figure che hanno la stessa superficie anche se di forma differente.

442-443. Dato un triangolo, dividerlo in parti equivalenti.

Per dividere un triangolo ACB in quattro triangoli equivalenti basterà

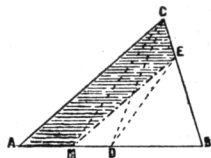


dividere i lati per metà.

Per dividerlo, per es., in 5 parti equivalenti si divida un lato di esso, per es. AB , in 5 parti uguali e si congiungano i punti ottenuti $EFGH$ col vertice.

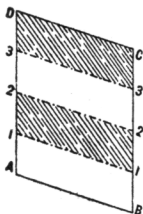
444. Dato un triangolo, dividerlo in due parti equivalenti dato un punto M della divisione.

Si divida il lato AB per metà in D ; e si unisca M con il vertice C . Da D si conduca una parallela alla MC e si unisca il punto ottenuto E con M . Il quadrato $AMEC$ è equivalente al triangolo EMB .



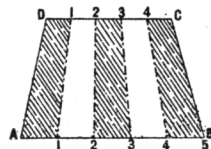
445. Dato il parallelogrammo $ABCD$, dividerlo in parti equivalenti.

Si divida il lato AD , per esempio, in 4 parti uguali, e dai punti ottenuti di divisione si conducano delle rette parallele al lato AB ; il parallelogrammo resterà così diviso in 4 parallelogrammi equivalenti.



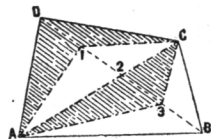
446. Dato un trapezio $ABCD$, dividerlo in parti equivalenti.

Per dividere un trapezio per es. in 5 parti equivalenti si divida ciascuna delle due basi AB e DC in 5 parti e si congiungano i punti corrispondenti di divisione, il trapezio resterà così diviso in 5 parti equivalenti.



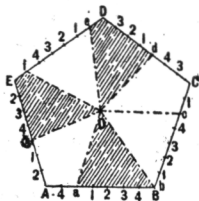
447. Dato un quadrilatero qualunque, dividerlo in parti equivalenti.

Per dividere per es. in 4 parti equivalenti un quadrilatero si divida la diagonale DE in 4 parti uguali e si congiungano i punti di divisione 1, 2, 3 con A e con C ; il quadrilatero resterà così diviso in 4 parti equivalenti.

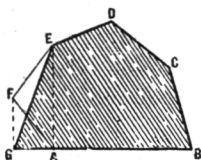


448. *Dividere in parti equivalenti un poligono regolare qualunque.*

Per dividere in parti equivalenti un *poligono regolare*, per esempio un pentagono in 7, si divida ciascun lato in 7 parti uguali, e principiando da *B* si prendano successivamente 5 di queste divisioni e si congiungano col centro *O*.



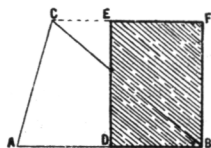
449. *Trasformazione di un poligono in uno equivalente che abbia un lato di meno.*



Dato il poligono *A B C D E F* si congiunga il vertice *E* con quello che viene dopo il suo consecutivo; ad es. *A*. Da *F* si conduca una parallela ad *A E*, fino ad incontrare in *G* il prolungamento di *A B*; si unisca *E* con *G*; *E G B C D* sarà il poligono chiesto (1).

450. *Trasformazione di un triangolo in un rettangolo.*

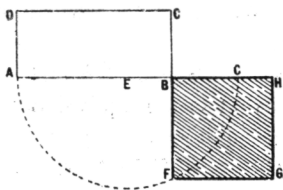
Sia dato il triangolo *A B C*. Si divida *A B* per metà in *D*, e si innalzi in *D* ed in *B* delle perpendicolari alla *A B*. Dal punto *C* si conduca una parallela alla *A B*, essa incontrerà le due perpendicolari nei punti *E F*, e determinerà il rettangolo chiesto *D E F B*.



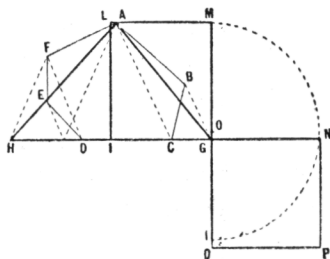
451. *Trasformazione di un rettangolo in un quadrato.*

Sia *A B C D* il rettangolo dato. Si prolunghi il lato *A B* di un segmento uguale a *B C*; si divida *A C* per metà in *E*.

(1) È evidente che con tante di queste trasformazioni, qualunque poligono si potrà trasformare in un triangolo.



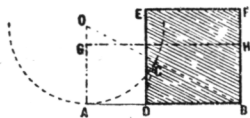
452. Questa figura dimostra che l'esagono $A B C D E F$ si trasforma in un triangolo $H L G$, in un rettangolo $I L M G$ e in un quadrato $G N P Q$.



453. Dividere una retta in *media ed estrema ragione* equivale a dividerla in due parti tali che il quadrato costruito sulla maggiore sia equivalente al rettangolo che abbia per dimensione l'intera retta e la parte minore.

454. *Dividere una retta data $A B$ in media ed estrema ragione.*

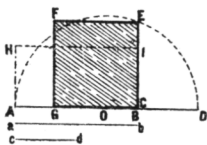
A risolvere il problema si innalzi in A una perpendicolare alla $A B$ e su di essa si prenda $A O$ uguale alla metà di $A B$; si congiunga B con O , con centro in O e il raggio $O A$ si descriva un cerchio; C sarà il punto d'intersezione di $O B$ col cerchio; centrato il compasso in B con raggio $B C$ si descriva un arco di cerchio che incontrerà $A B$ in D e la retta $A B$ rimarrà così divisa in media ed estrema ragione. Il quadrato $D B F E$ sarà di superficie uguale al



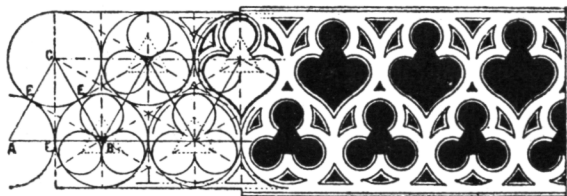
rettangolo $A B H G$, composto del lato $A B$ e della differenza $A D$.

455. Trovare la *media proporzionale geometrica* fra due rette equivale a trovare il lato del quadrato equivalente al rettangolo avente le due rette per dimensioni.

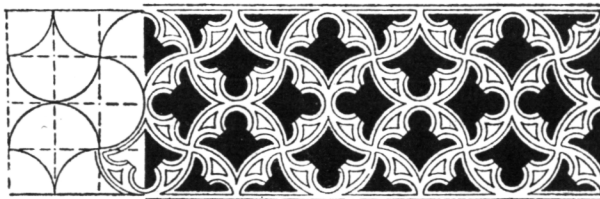
456. Date le rette $a b$ ($A B$) e $c d$ ($C D$) trovarne la media proporzionale.



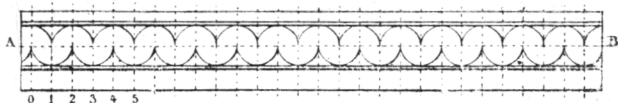
A diagram illustrating the construction of a square with a given perimeter. A horizontal line segment AD is shown, with point O as its midpoint. A semicircle is drawn with center O . A vertical line segment BE is drawn from point B on AD to the semicircle at point E . A horizontal line segment HI is drawn from point H on the semicircle to point I on the semicircle. A square $FGHI$ is inscribed within the semicircle, with its base GI on AD . The side length of the square is BE . A dimension line below AD indicates the total length $c+d$.



Trafofo — Vertici di triangoli equilateri centri di cerchi tangenti.



Trafores — Reticola quadrata — Semi e quarti di circolo.



DELL'ACQUERELLO.

DELLE NORME E DEL CHIAROSCURO.

457. Dicesi *acquerellare* l'arte di stendere col pennello le tinte sopra un disegno, per ottenere l'illusione del rilievo.

458. Gli acquerelli sono di due specie: a *chiaroscuro* e a *colori*.

459. È a *chiaroscuro* l'acquerello tutto di un colore, eseguito coll'inchiostro di Cina, colla Seppia, ecc.; i cui chiari e ombre si fanno con tinta più o meno scura. Il bianco della carta fa da maggior chiaro, e le mezze tinte si ottengono attenuando con acqua la tinta dell'ombra.

460. È a *colori* l'acquerello che imita la pittura, o l'impressione che la luce riflessa dalla superficie dei corpi fa sull'organo della vista. Quest'acquerello si eseguisce con una infinità di materie coloranti di cui ci occuperemo al capitolo *colori*.

461. Per bene acquerellare bisogna che la *carta* sia buona, e perciò deve avere le seguenti qualità:

- 1° essere bianca come il latte;
- 2° avere la superficie di grana fina ed unita;
- 3° guardandola in trasparenza dev'essere tutta uguale, senza la minima nebulosità.

462. Quindi si tesa la carta sulla tavoletta (vedi a pag. 18-111) in modo che il nome del fabbricante si legga per il suo verso.

463. I pittori e i dilettanti di pittura quando ritraggono le sembianze di un paesaggio o di una veduta, si servono di grossi *cartoni speciali*, per non portare con sè l'incomoda tavoletta.

464. Qualche volta quando si fa l'acquerello ad una sola tinta, si adopera anche il *cartoncino Bristol*, ma purchè abbia la prerogativa di non far dilatare la tinta ma di mantenerla unita e senza macchie.

465. La *tinta* per essere buona bisogna che venga fatta nel momento che deve servire, in un piattino ben pulito; perchè una *tinta secca* fatta rinvenire, non risulta nitida, ma sporca e macchiata.

466. Per conoscere se l'*inchiestro di China* è buono, oltre quanto dicemmo a pag. 18-109, nei casi che si adoperei quello allo stato liquido che la chimica ha messo in commercio; si abbia cura di fare col tiralinee un bel segno, e si lasci seccare; quindi vi si stenda sopra col pennello un leggero strato d'acqua nitida. Se l'acqua dopo un poco rende il segno ineguale, dilatato, l'inchiestro di China è cattivo, perchè il segno deve mantenersi nitido e nero perfettamente come quando fu fatto.

467. Molti all'inchiestro di China preferiscono la *Seppia* per il suo colore, per la maggior facilità che offre nella distesa delle tinte, ed anche perchè vi si possono sovrapporre tinte all'infinito, senza produrre inconvenienti, mantenendo sempre freschezza al colorito.

468. Delle seppie ve ne sono di due gradazioni, la *naturale* e la *colorata*; la prima raramente si adopera perchè si preferisce la seconda per la sua bella tinta.

469. Il *pennello* di cui si fa uso nell'acquerello deve essere *elastico*. Per conoscere la sua elasticità bisogna imbeverlo di acqua e premerne leggermente la punta

sull'unghia della mano. Se il pennello dopo questa pressione ritorna nella posizione primitiva è buono, ma se la punta resta piegata o si biforca, esso è cattivo e va senz'altro scartato.

470. Il *contorno del disegno* da acquerellare deve essere, sia a matita o a inchiostro, leggero e uguale.

471. È buona regola prima di incominciare ad acquerellare, dare su tutta la superficie della carta una leggera *soluzione d'allume*. Questo bagno ha la virtù di rinforzare la carta dove la ripulitura del disegno può averla danneggiata; e la rende impermeabile in modo che, sbagliando qualche tinta e facendola troppo forte, ne permette la lavatura.

472. La *lavatura* si eseguisce con una piccola spugna, imbevuta di acqua pura, che leggermente strofinata ne alza il colore, che con una spugna pulita si raccoglie. Pei piccoli spazii, invece della spugna, si usa servirsi del pennello e della carta asciugante di colore bianco.

473. Nel fare questa operazione bisogna aver cura che, levando la tinta, essa non si spanda sul bianco della carta, perchè resterebbe ombreggiato.

474. Dopo il bagno d'allume per evitare per quanto è possibile inconvenienti alle tinte, si procuri di difendere la carta tesa, o con carta o con altro, dal contatto diretto delle mani.

475. Benchè secondo le regole acquerelliste si faccia una tinta piuttosto leggiera e si sovrapponga tanto che basti a raggiungere il tono voluto, raccomandiamo, quando si può, di fare immediatamente la tinta al grado che occorre, e ciò darà maggiore *freschezza* al lavoro.

476. Nei casi ove si ha una grande superficie da ricoprire di una data tinta, si proceda da sinistra a destra col pennello molto imbevuto, in modo di avere sempre

riservata una quantità di tinte sufficiente alla base di ciascun tratto, a fine d'impedire alla tinta di prosciugare troppo presto. Questa riserva è assorbita nella parte inferiore dal successivo tratto e alla fine della superficie, e raccolta per mezzo di pennello asciutto e di *carta bianca asciugante*.

477. Per ottenere che la tinta termini *sfumata*, basta passare all'estremità di essa il pennello umido di acqua limpida.

DEI COLORI.

478. Scientificamente i *colori* sono la decomposizione della *luce*.

479. Ogni *raggio luminoso* contiene sette colori: il *rosso*, l'*arancio*, il *giallo*, il *verde*, l'*azzurro*, l'*indaco* e il *violetto*.

480. La rifrazione di tutta la luce dà il *bianco*.

481. La rifrazione minima della luce dà il *nero*.

482. Nella pittura si ritengono o si chiamano *primitivi* tre colori: il *rosso*, il *giallo* e l'*azzurro*.

Si adopera per il *rosso* il *carminio*, pel *giallo* la *gommagutta* e per l'*azzurro* il *blu di Prussia*.

483. Questi tre colori appartengono ai tre regni della natura, *animale*, *vegetale* e *minerale*, dai quali sono estratti tutti i colori che la chimica pone a disposizione delle arti e delle industrie.

484. Il *carminio* è un colore (estratto dalla femmina di un insetto detto *Coccus Cacti* o *Cocciniglia*; insetto di cui si fanno estesi allevamenti al Messico, in Algeria e a Giava.

485. La *gommagutta* è ottenuta dal sugo essiccato di una pianta delle Indie Orientali detta *Garcinia morella*.

486. L'*azzurro* o *blu di Prussia* è un miscuglio di un sale ferrico (ferro) con una soluzione di prussiato di potassa (potassio). Il *ferro* e il *potassio* sono dei minerali.

487. In pittura dicesi *tono* il grado di forza e di splendore dei colori.

488. I colori si dividono in due categorie di *tono caldo* e di *tono freddo*.

489. Appartengono ai *toni caldi*, i gialli, i rossi, i bruni e i bianchi; ai *toni freddi* gli azzurri, i verdi, i neutri e i neri.

490. Se mischiamo il *giallo* (tono caldo) coll'*azzurro* (tono freddo) avremo il *verde*, colore di tono freddo.

491. Se mischiamo il *giallo* (tono caldo) col *rosso* (tono caldo) avremo l'*arancio* di tono caldo.

492. Se mischiamo il *rosso* (tono caldo) coll'*azzurro* (tono freddo) avremo il *violetto* di tono freddo.

493. Da ciò risulta che i colori freddi attenuano o smorzano il grado di luminosità o di splendore dei colori caldi.

494. Il verde, l'arancio e il violetto diconsi *complementari* del colore che manca nella loro miscela. Se al rosso, colore primitivo, uniremo il colore complementare verde, se all'azzurro, il suo arancio, e se al giallo il violetto, ne risulterà una tinta uguale, perchè avranno preso parte alla miscela tutti e tre i colori primitivi. Questa tinta prende il nome di *tinta neutra*, ed appartiene alla categoria dei *grigi*.

495. Da quanto si è fin qui esposto sui colori primitivi e complementari si deduce che coll'aggiunta maggiore o minore di acqua ai colori primitivi e diminuendo o aumentando nella miscela l'uno o l'altro dei due colori che compongono il colore complementare, si avrà

una numerosissima *gradazione* di rossi, di gialli, di aranciati, di verdi e di violacei.

496. Se poi collo stesso principio faremo la miscela dei tre colori primitivi, avremo la *gradazione* delle tinte neutre o grigiastre.

497. Tutto questo valga a dimostrare che con i tre colori primitivi (*rosso*, *giallo* e *blu*) si ottengono tutte le tinte colorate.

498. Ma se quanto abbiamo detto finora è utile a sapersi, nessuno che operi nei rami della pittura e delle industrie si accinge, oggigiorno, con questo metodo a trovare i colori che abbisognano all'arte sua. La *chimica* ha portato il suo aiuto, ha chiesto il suo ausilio ai regni della natura, e ha fornito sotto tutte le forme e per tutte le arti i colori di cui hanno bisogno.

499. La serie dei colori è indefinita ed è giunta oramai al punto di imbarazzare l'artista che riduce la sua scelta a soli 14 o 15 per la tavolozza, salvo a fare in casi speciali qualche eccezione.

500. La sua scelta si compone di otto colori di tono caldo e di 6 di tono freddo. Essi in generale sono:

- | | | |
|--------------------|---|--|
| <i>Toni caldi</i> | { | 1. Ocria chiara. |
| | { | 2. Ocria scura. |
| | { | 3. Cadmio — 3. Gommagutta. |
| | { | 4. Cadmio scuro — 4. Giallo Indiano. |
| | { | 5. Vermiglione. |
| | { | 6. Lacca Robbia — 6. Lacca Carminia. |
| | { | 7. Robbia bruna — 7. Bruno Wan-Dick. |
| | { | 8. Terra di Siena bruciata. |
| <i>Toni freddi</i> | { | 9. Indaco. |
| | { | 10. Oltremare. |
| | { | 11. Cobalto. |
| | { | 12. Blu di Prussia — 12. Blu minerale. |
| | { | 13. Esmeraldo — 13. Terra verde. |
| | { | 14. Nero d'Aporio — 14. Nero di Cina. |

501. Questi colori sono sulla tavolozza o nella scatola dell'acquerellista disposti su due piani: nel primo da destra a sinistra, vi sono i primi quattro colori o toni caldi 1, 2, 3 e 4 seguiti da quattro freddi 9, 10, 11 e 12; nel secondo i caldi 5, 6, 7 e 8 e i due freddi 13 e 14.

502. Da parecchio tempo in seguito all'adattamento ottenuto dalla chimica molti acquerellisti hanno aggiunto alla loro tavolozza il *bianco di Cina* o di *Kerms*, che permette loro di usufruire di carte colorate, di ottenere con facilità i rosa, i verdi chiari, i grigi e di rendere trasparenti e più luminose certe tinte.

503. Perchè sarà utile tener sempre presente che *il bianco schiarisce le tinte*, mentre *il nero le rende opache*.

504. È buona regola mantenere *umidi* i colori della scatola, perchè se l'indaco, il blu minerale, il cadmio, il giallo indiano, il nero d'avorio ecc., rinvencono facilmente con un po' d'acqua; l'ocra, la lacca di robbia ecc., una volta *seccati*, per farli rinvenire ci vuole del tempo.

505. Bisogna tener presente che certi colori producono delle *tinte pure* e unite, e che questi sono: il blu minerale, il blu di Prussia, l'indaco, il nero d'avorio, ecc. Altri al contrario *depositano* nei pori della carta il colore, e sono: il vermiglione, il cobalto, l'oltremare, ecc.

Nel primo caso si può fare subito la tinta del tono voluto; nel secondo caso si deve procedere con tinte leggere sovrapponendole.

506. Vi sono colori che s'infiltrano fortemente nella carta; in questo caso si sovrappongono con facilità. Essi sono il blu minerale, il blu di Prussia, l'indaco, il nero d'avorio, il giallo indiano, il bruno e la lacca di robbia, ecc.

Gli altri sono poco aderenti, e la loro sovrapposizione è difficile, perchè facilmente si sollevano, e si mischiano colla nuova tinta. Allora per evitare questo inconve-

niente, bisogna passare la tinta con molta sveltezza e senza ripassarvi.

507. I colori sono più o meno trasparenti, secondo la quantità di acqua impiegatavi; il vermiglione, il cadmio, ecc., dati densi, diventano opachi, e riempiono lo specchio di macchie; la lacca di robbia o di carminio, l'indaco, il blu di Prussia, il giallo indiano, ecc., restano sempre trasparenti qualunque sia il grado d'intensità.

508. Per trovare il risultato delle combinazioni di due o più colori tra di loro, prima di formarne la quantità occorrente si procede nella maniera seguente:

1° Si preparano due bicchieri con acqua limpida, di cui uno serve per lavare il pennello; e della carta asciugante.

2° Quindi col pennello imbevuto di acqua si stempera uno dei colori, e si distende sulla tavolozza; poi con sveltezza si pulisce il pennello nell'acqua, accertandosi sulla carta asciugante che esso sia veramente pulito.

3° Quindi si ripete la stessa operazione per l'altro colore, avendo cura che il colore si mescoli al precedente soltanto ad una delle sue estremità, in modo che all'altra estremità risultino i colori primitivi, evitando con questo sistema di ricerca lo spreco di molto colore e di tempo.

MODO DI OTTENERE I SEGUENTI COLORI.

Per bene ottenere i colori qui sotto segnati, si abbia presente che i diversi caratteri indicano le proporzioni delle tinte, cioè: il carattere *comune* indica l'unità di misura, il *corsivo* due volte il comune, il *grassetto* tre volte.

ARANCIO: Gommagutta, Cinabro.

— CHIARO: *Gommagutta, Cinabro*, Bianco.

— BRILLANTE: Cadmio, Lacca di Garanza.

— BRILLANTISSIMO: Giallo Indiano, Lacca di Garanza.

— SCURO: Gommagutta, Terra di Siena bruciata.

BLU GRIGIO: Nero, Bianco, Blu di Prussia.

— — BLU: **Blu di Prussia**, Nero, Gommagutta.

— — CARICO: Oltremare, Garanza Bruna.

— VERDE: *Blu di Prussia*, Gommagutta.

— VIOLETTO GRIGIO: **Oltremare**, *Lacca di Carminio*, Bianco.

BRUNO CHIARO: *Terra di Siena bruciata*, Bianco.

-- GIALLO: **Gommagutta**, **Terra di Siena bruciata**, Nero, Bianco.

— ROSSICCIO: *Lacca di Garanza*, Nero.

— ROSSO SCURO: Rosso Indiano, Nero.

— SCURO: *Rosso Indiano*, Gommagutta, **Nero**, Bianco.

CANARIO: Gommagutta, Bianco.

CREMISINO: *Lacca di Carminio*, Bianco.

GIALLICCIO VERDE: Gommagutta, Blu di Prussia.

GIALLO: **Gommagutta**.

Giallo ARANCIO: Gommagutta, Cinabro.

— — CHIARO: *Gommagutta*, Cinabro, Bianco.

— — SCURO: Gommagutta, Terra di Siena bruciata.

— — BRILLANTE: Cadmio, *Lacca di Garanza*.

— — BRILLANTISSIMO: Giallo Indiano, *Lacca di Garanza*.

— BRUNO: **Gommagutta**, **Terra di Siena bruciata**, Nero, Bianco.

— CANARIO: Gommagutta, Bianco.

— GRIGIO: **Bianco**, Nero, Giallo d'Oro, Gommagutta.

— OLIVA: **Gommagutta**, *Terra di Siena bruciata*, Blu di Prussia.

— VERDE CHIARO: **Gommagutta**, Blu di Prussia.

— — CHIARISSIMO: **Gommagutta**, Blu di Prussia, Bianco.

— — SCURO: **Giallo d'Oro**, Blu di Prussia

Grigio BLU: Nero, Bianco, Blu di Prussia.

— GIALLO: Nero, **Bianco**, Gommagutta.

— ROSSO: Nero, Gommagutta, *Lacca di Carminio*.

— — Nero, Bianco, *Lacca di Carminio*.

— — Nero, Bianco, Cinabro.

— VERDE: Blu di Prussia, Terra di Siena bruciata.

— — BLU: Nero, **Blu di Prussia**, Gommagutta.

— VIOLETTO: **Oltremare**, *Lacca di Carminio*, Bianco.

LILLA: **Bianco**, *Lacca di Carminio*, Blu di Prussia.

ORO GIALLO: *Gommagutta*, Terra di Siena bruciata.

PORPORA BRUNA: *Lacca di Carminio*, Rosso Indiano, Blu di Prussia.

PORPORA VIOLETTA GRIGIA: **Lacca di Carminio**, Rosso Indiano, Blu di Prussia, Bianco.

ROSA: **Bianco**, Lacca di Carminio.

ROSSO CHIARO: *Cinabro*, Bianco.

— BRUNO SCURO: Rosso Indiano, Nero.

— GRIGIO CHIARO: *Cinabro*, Nero, *Bianco*.

— — — Lacca di Carminio, Nero, *Gommagutta*.

— — FINISSIMO: Cobalto, Terra di Siena bruciata, Bianco.

— — SCURO: Lacca di Carminio, Nero, Bianco.

— SCURO: **Lacca di Carminio**, Rosso Indiano.

SEPPIA: Oltremare, Terra di Siena bruciata.

TINTA NEUTRA: Indaco, Terra di Siena bruciata.

VERDE: Blu di Prussia, *Gommagutta*.

— BRILLANTE: Cadmio, Blu di Prussia.

— BRILLANTISSIMO: Giallo Indiano, Blu di Prussia.

— BLU: **Blu di Prussia**, **Bianco**, *Gommagutta*.

— CHIARO: Oera chiara, Cobalto.

— CARICO: Oera chiara, Indaco.

— GIALLICCIO: *Gommagutta*, Blu di Prussia.

— GIALLO: **Gommagutta**, Blu di Prussia.

— GRIGIO: Blu di Prussia, Terra di Siena bruciata.

— OLIVA: *Gommagutta*, Terra di Siena bruciata, Blu di Prussia.

VIOLETTA CHIARA: Blu di Prussia, Lacca di Garanza, Bianco.

— GRIGIA: Oltremare, Lacca di Carminio, *Bianco*, Nero.

— SCURA: Oltremare, Lacca di Garanza.

N. B. La lacca di Robbia è conosciuta sotto il nome di lacca di Garanza.



MOTIVI

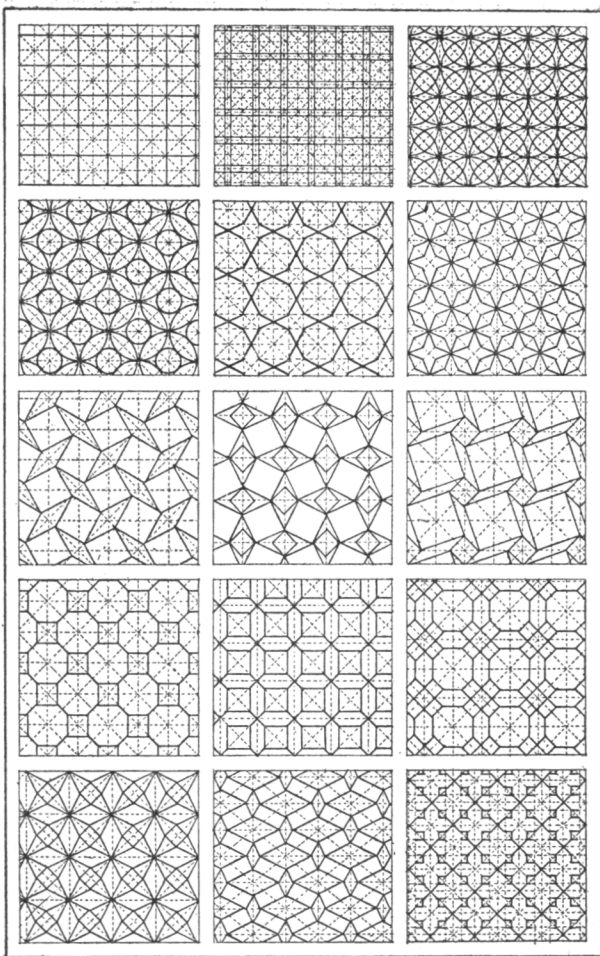
DI

ORNAMENTAZIONE GEOMETRICA

E

APPLICAZIONI.

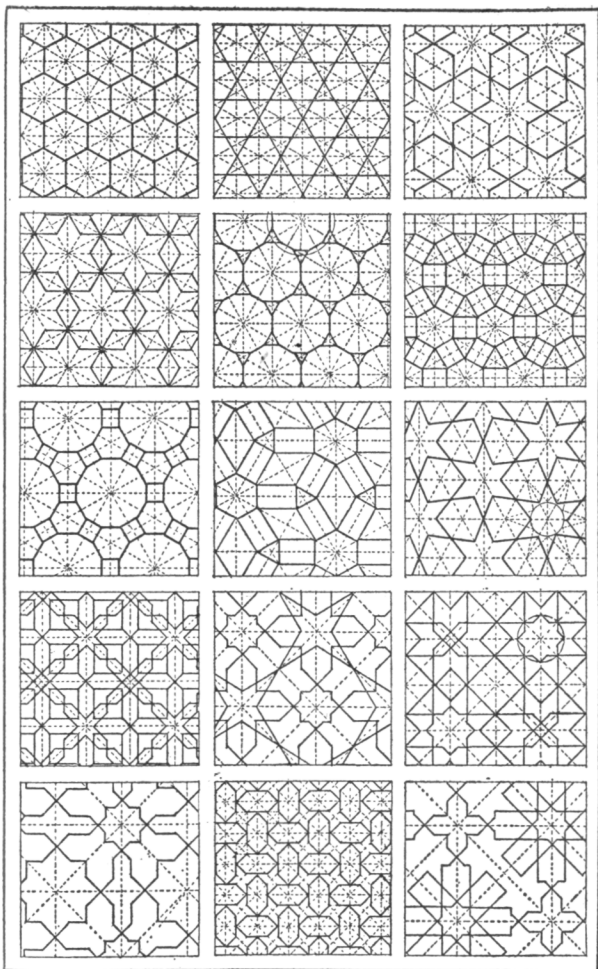




Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

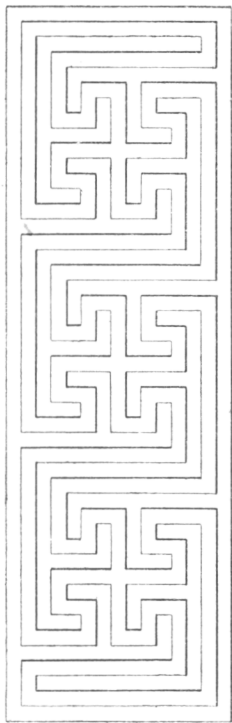
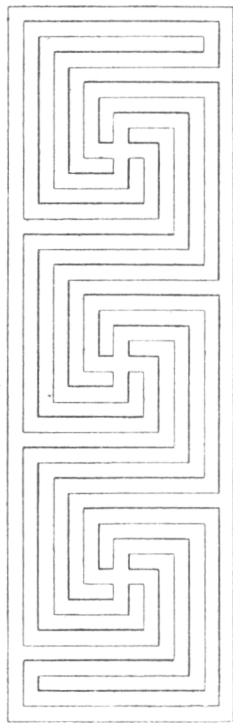
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

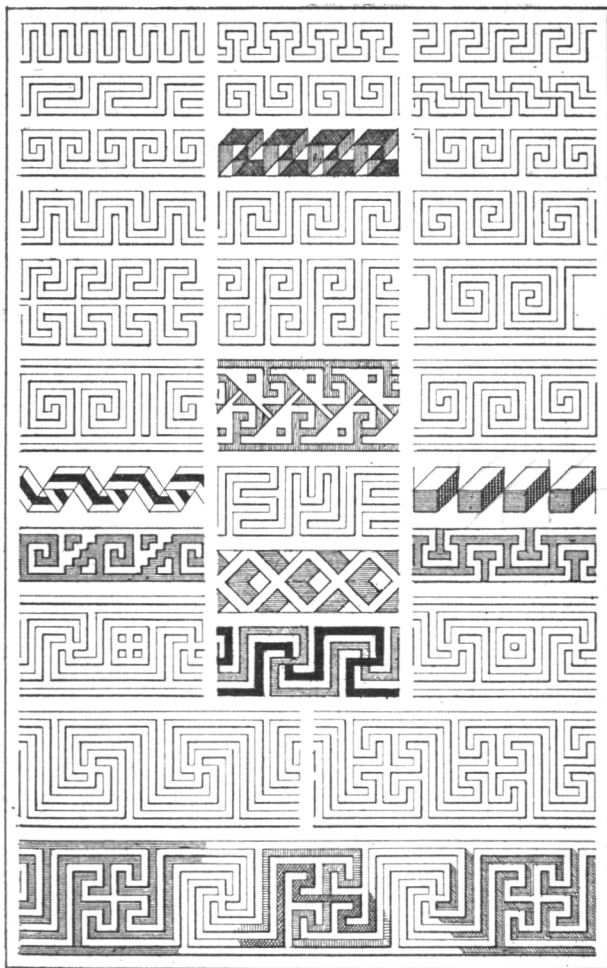
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

Tip. Nazionale

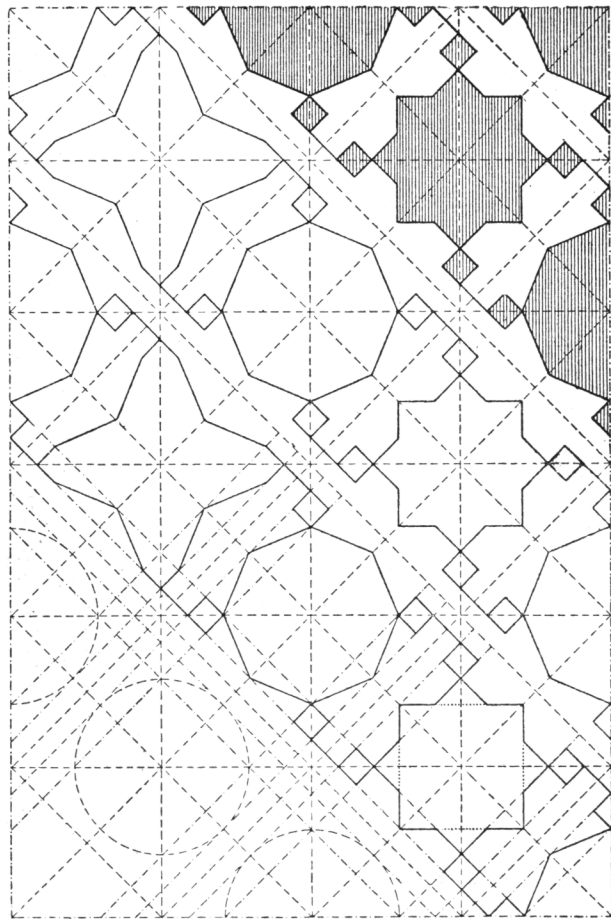


Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

A*

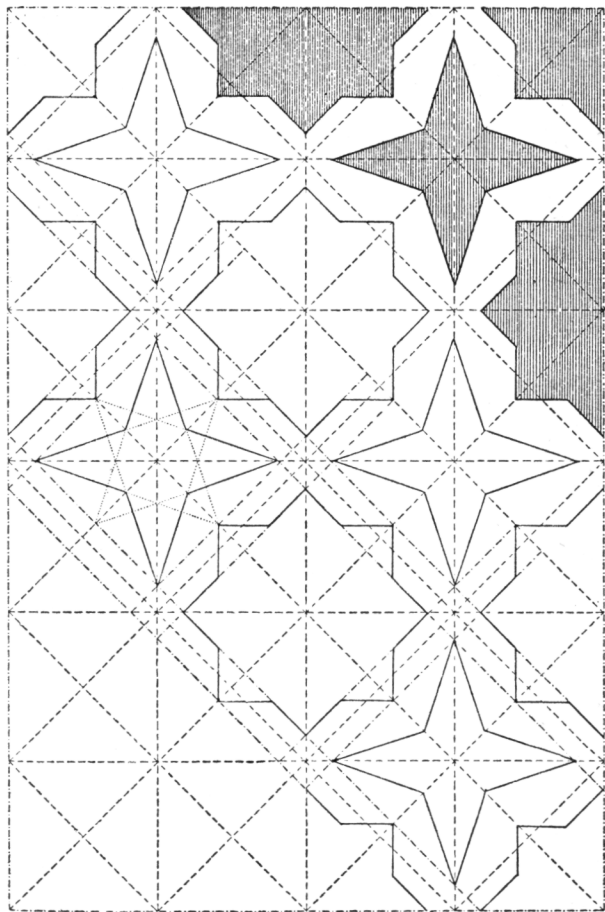
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

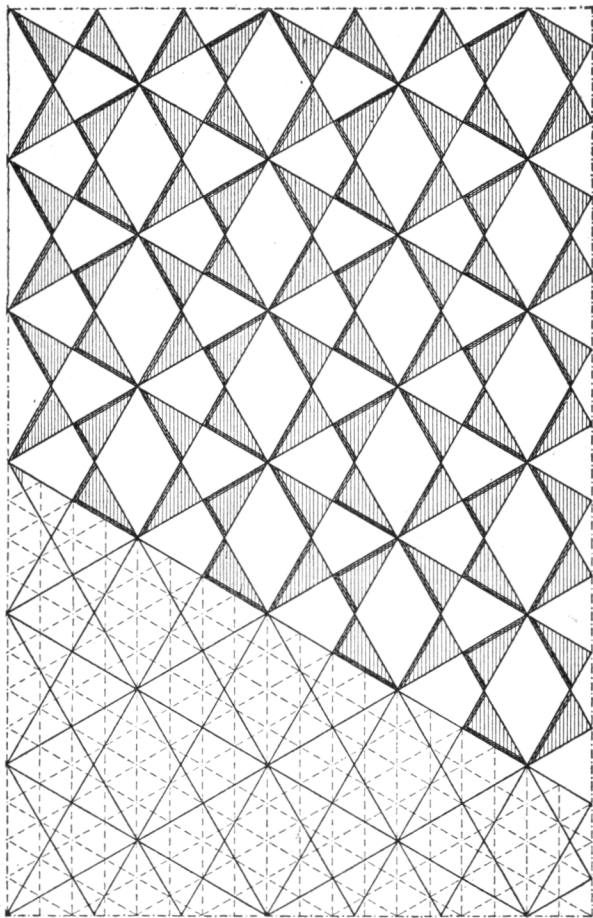
A. GARNERI — Disegno Geometrico.

Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

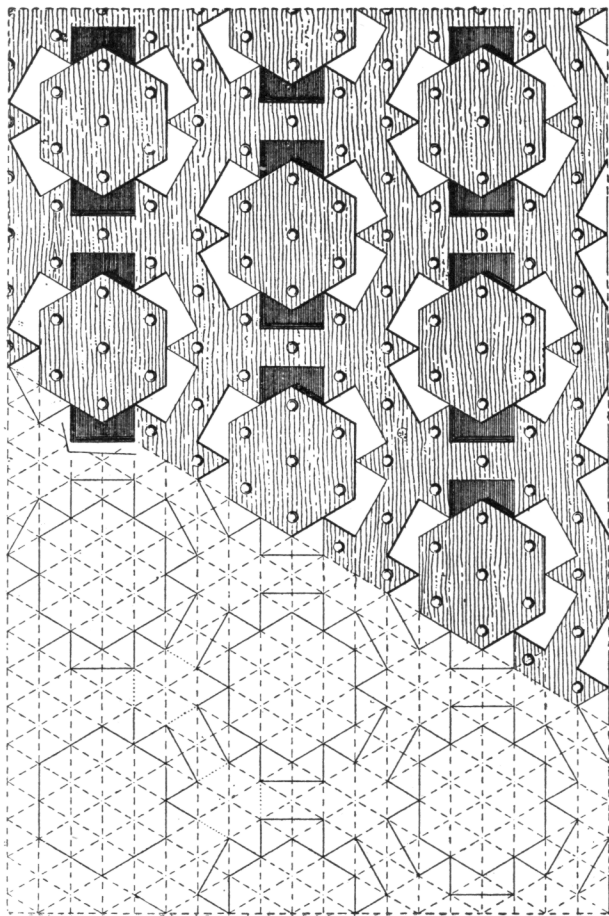
Tip. Nazionale



Danesi incisae - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

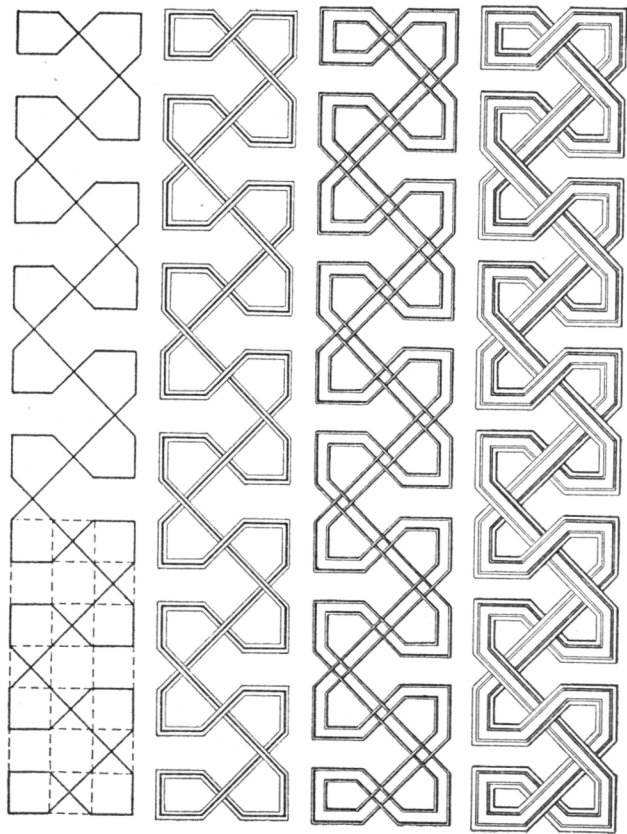
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

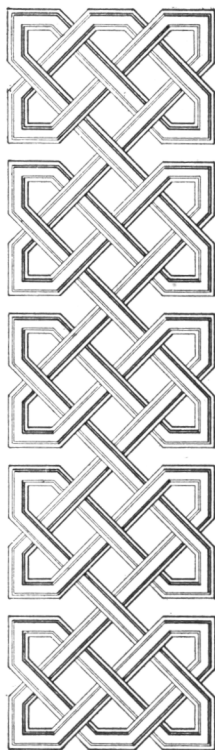
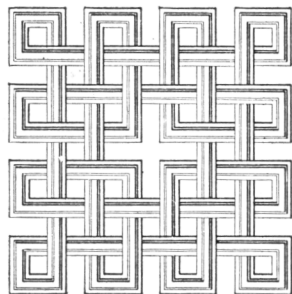
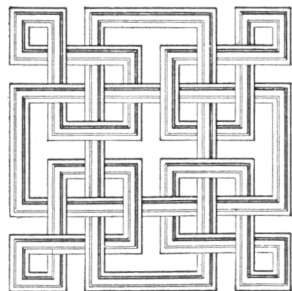
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

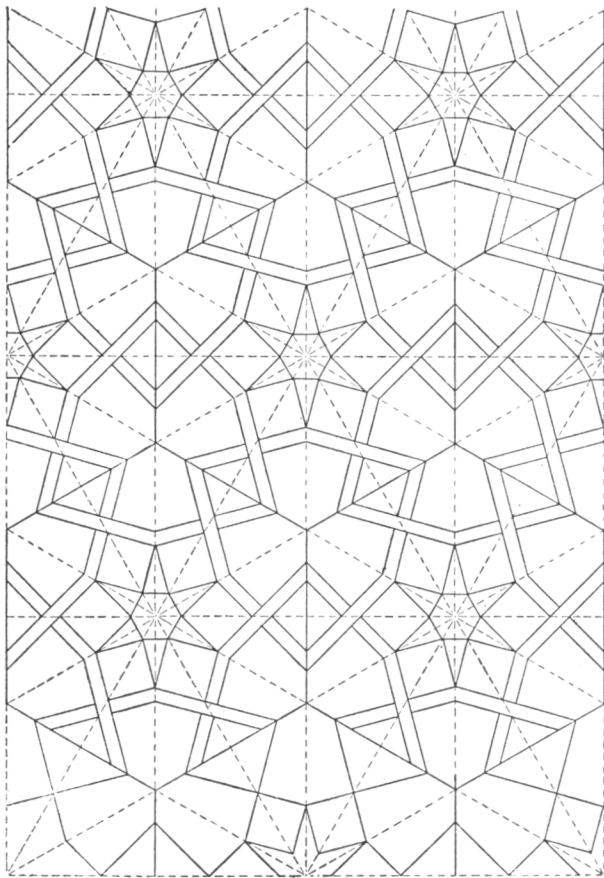
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

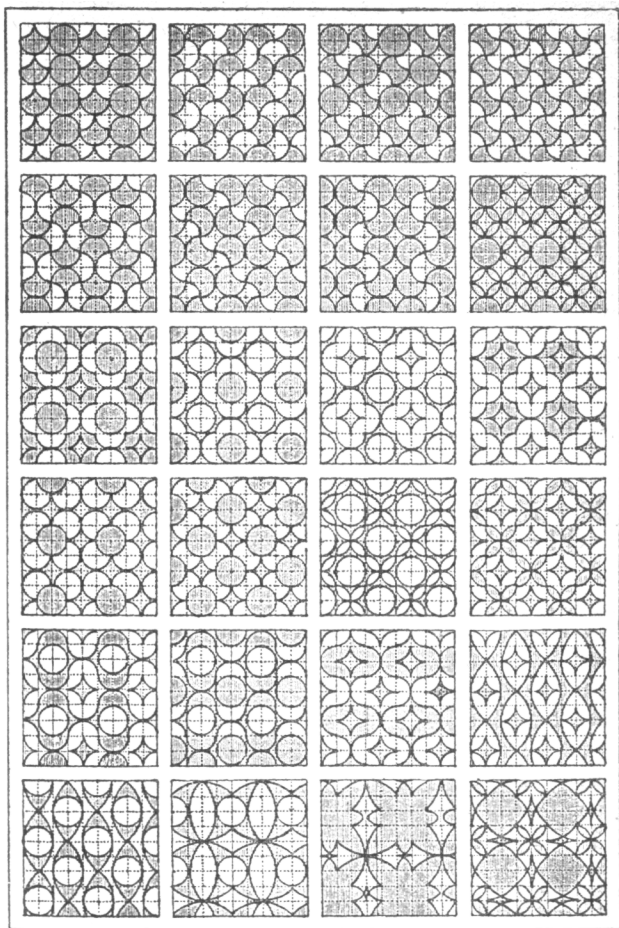
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

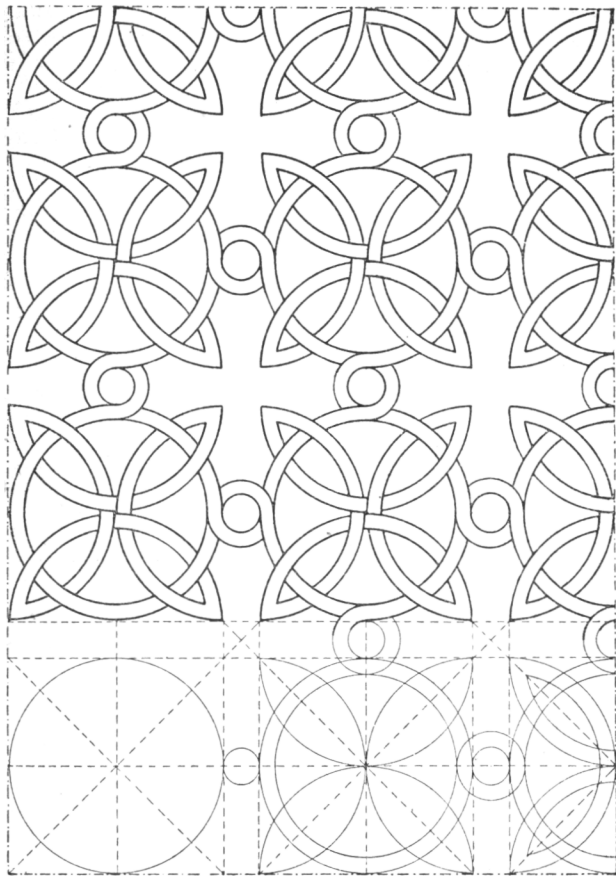
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

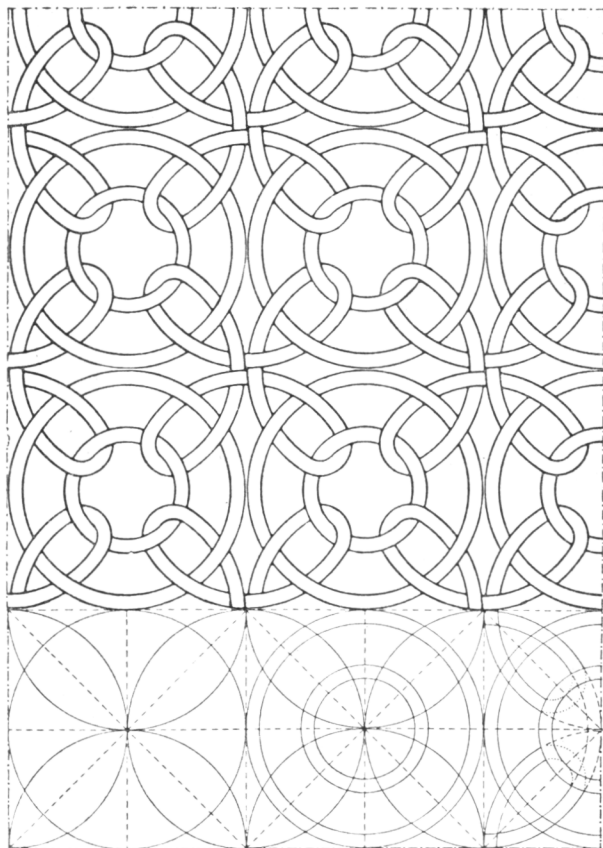
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Tip. Nazionale

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

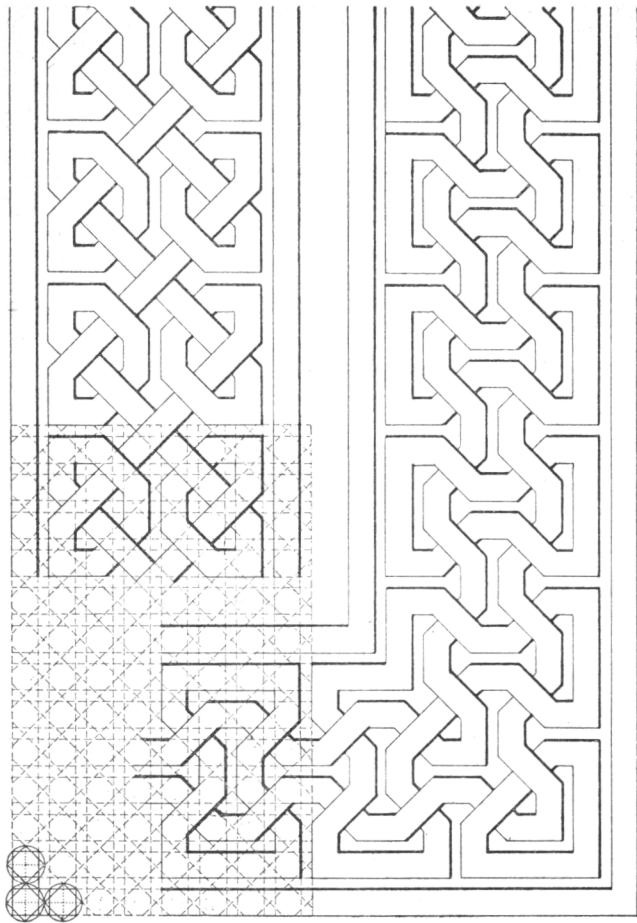
Danesi incise - Roma

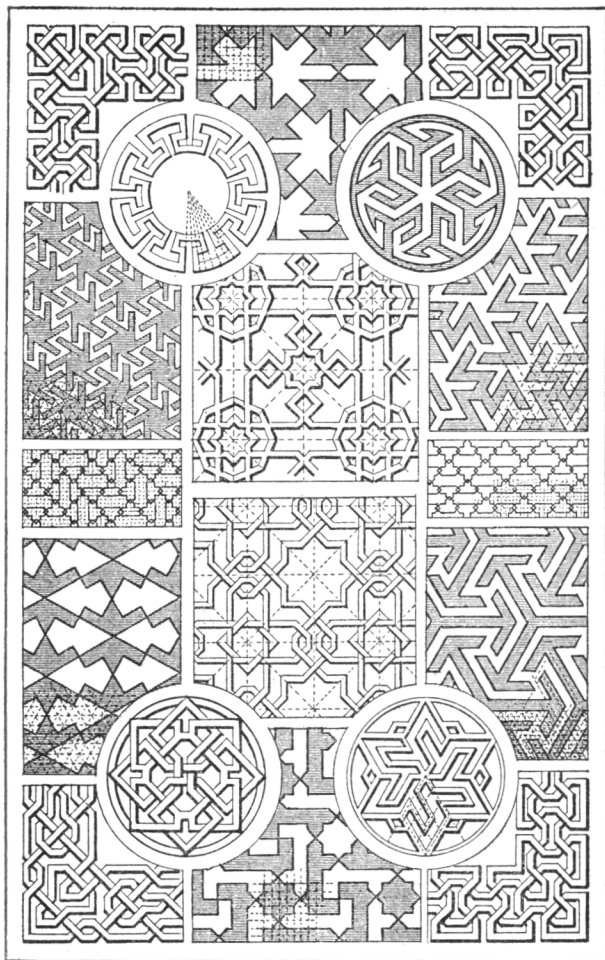


Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

Tip. Nazionale



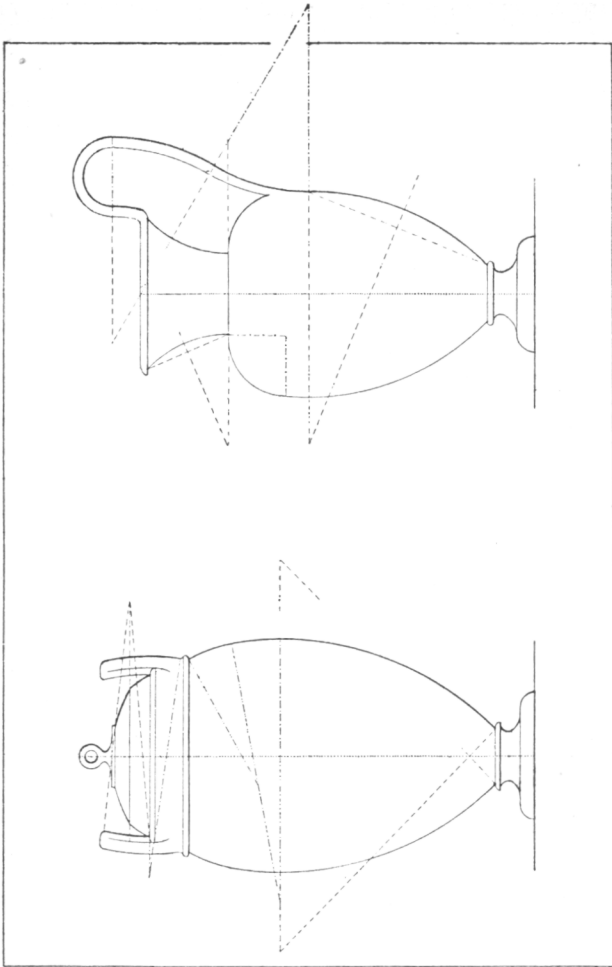


Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

B*

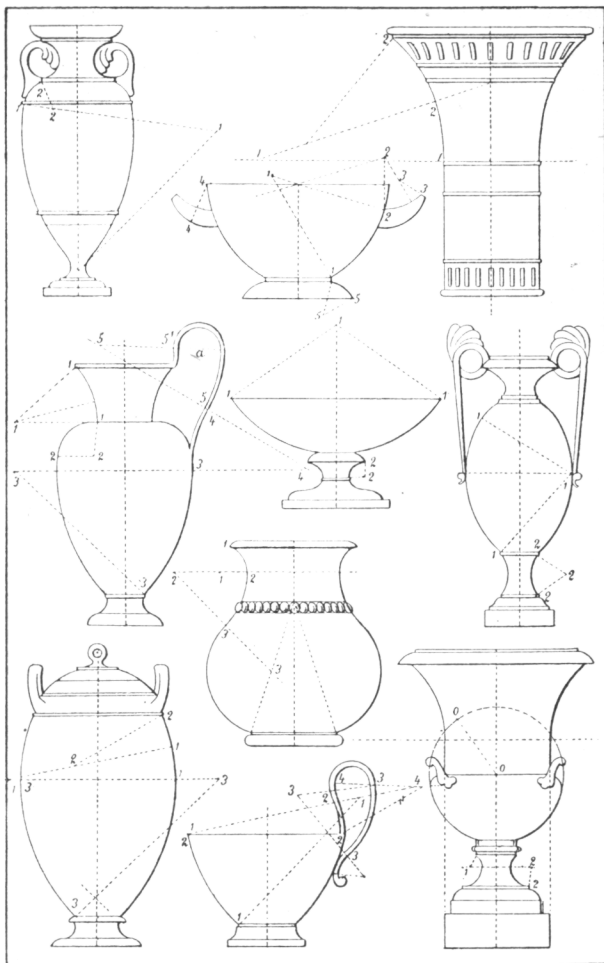
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

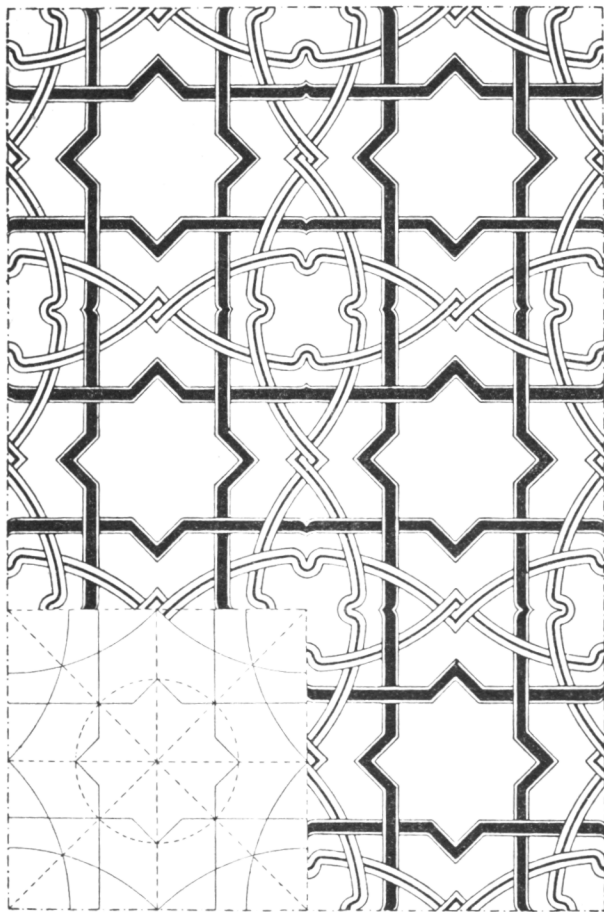
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

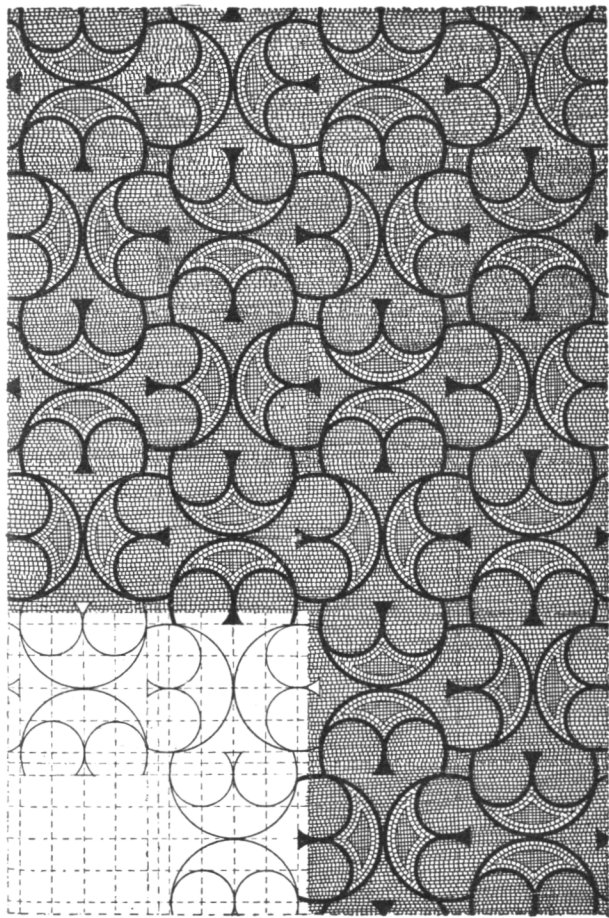
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi Incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

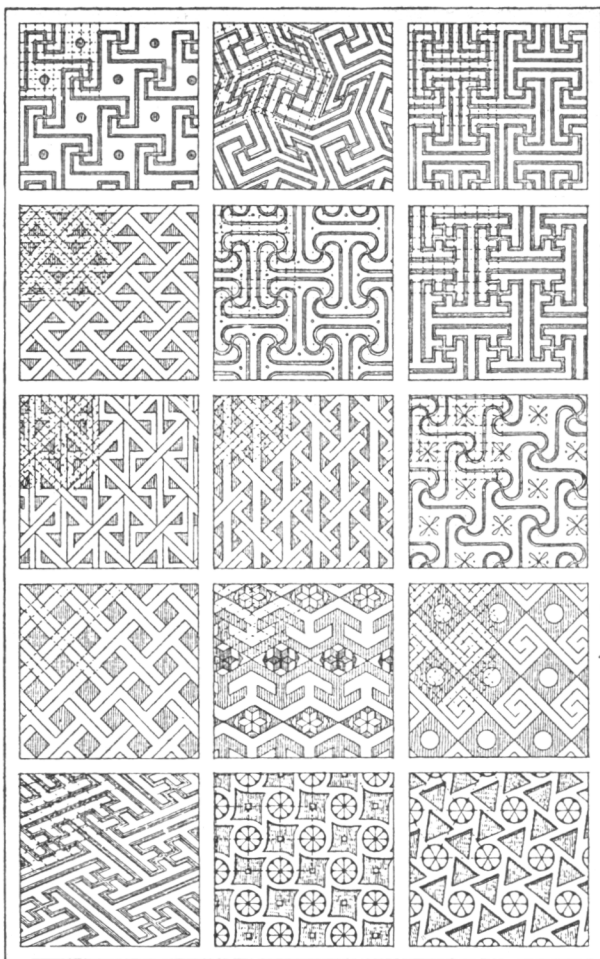
Tip. Nazionale



Lanesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

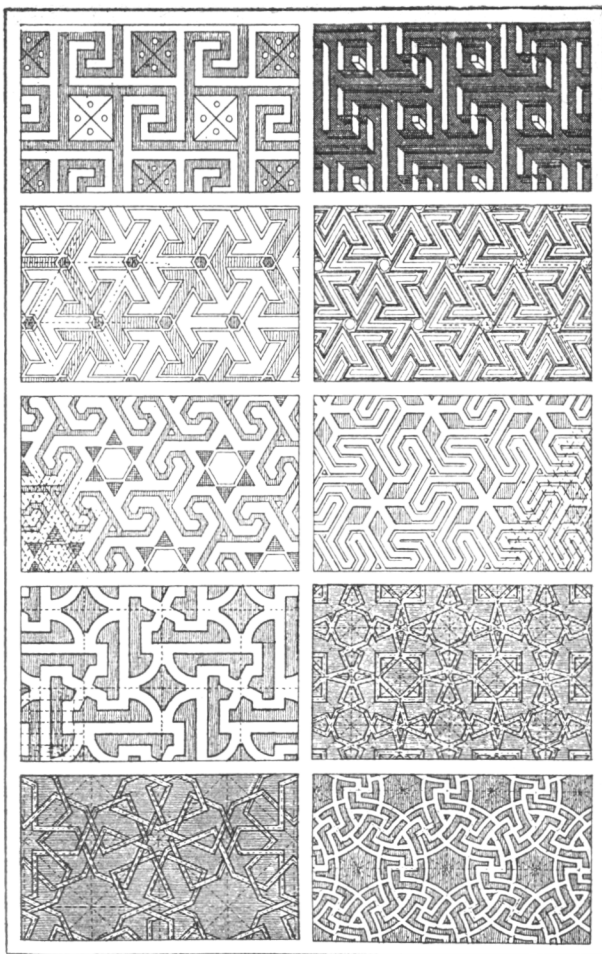
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

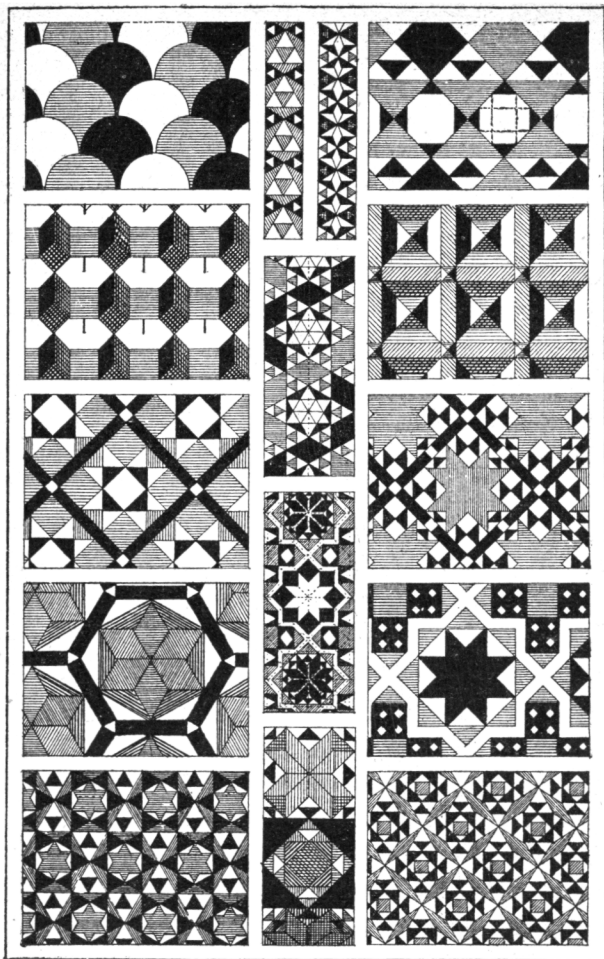
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

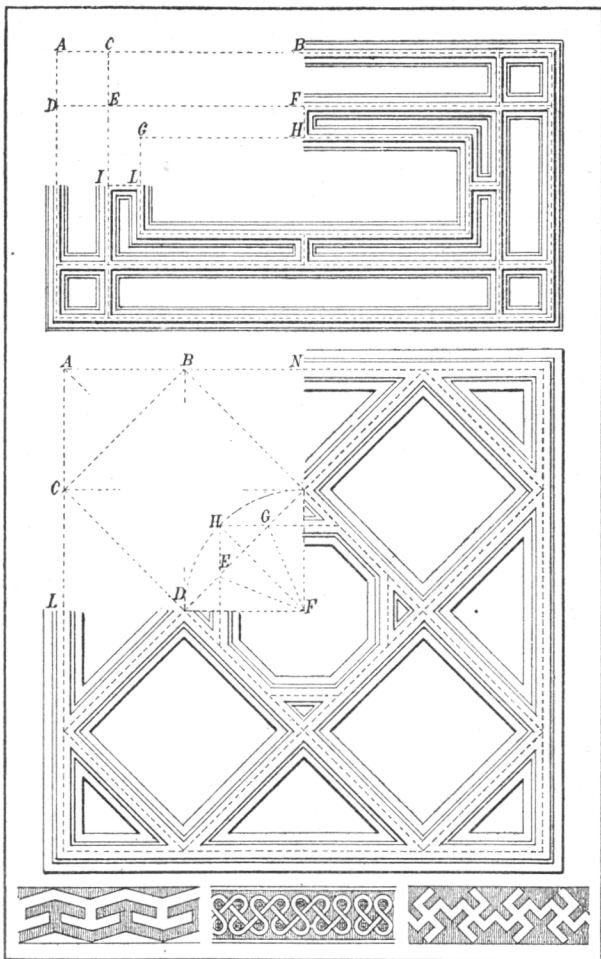
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

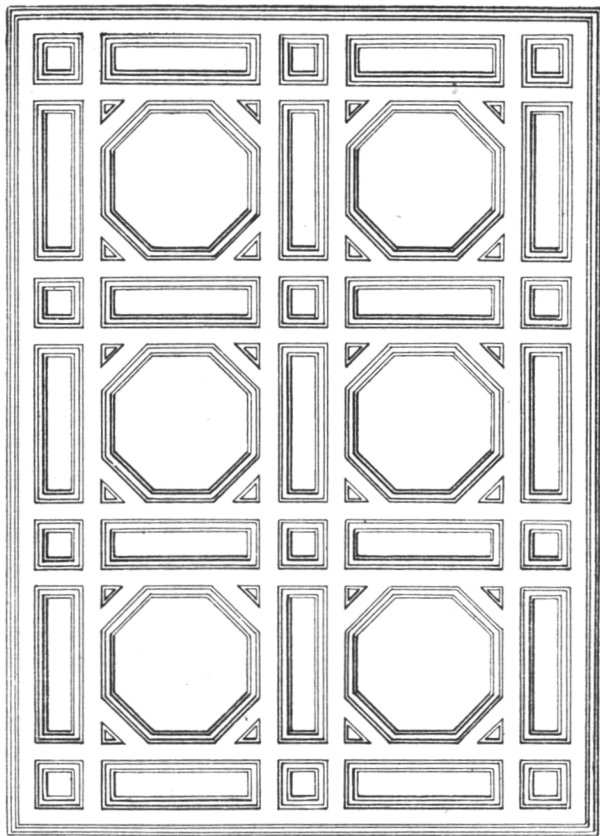
Tip. Nazionale

A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

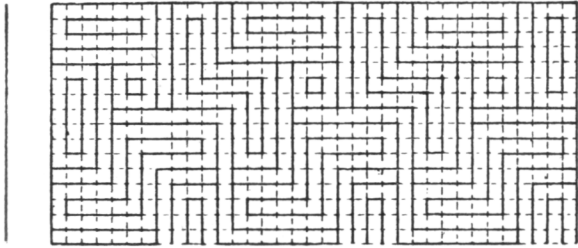
Tip. Nazionale



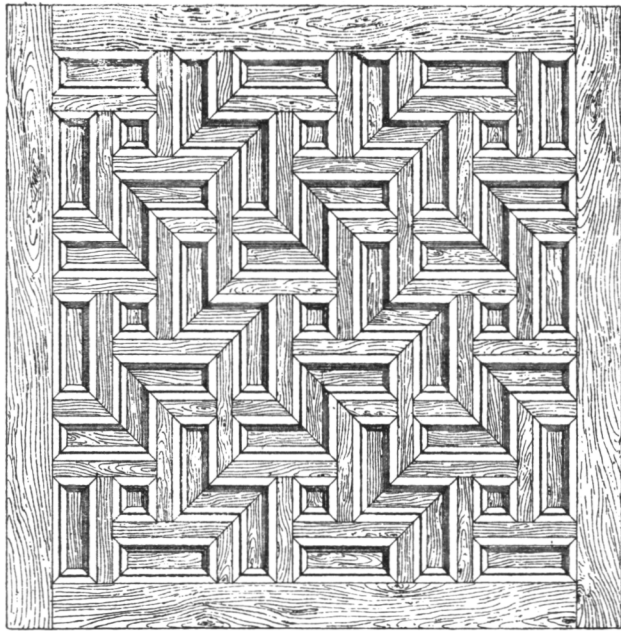
Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

Tip. Nazionale

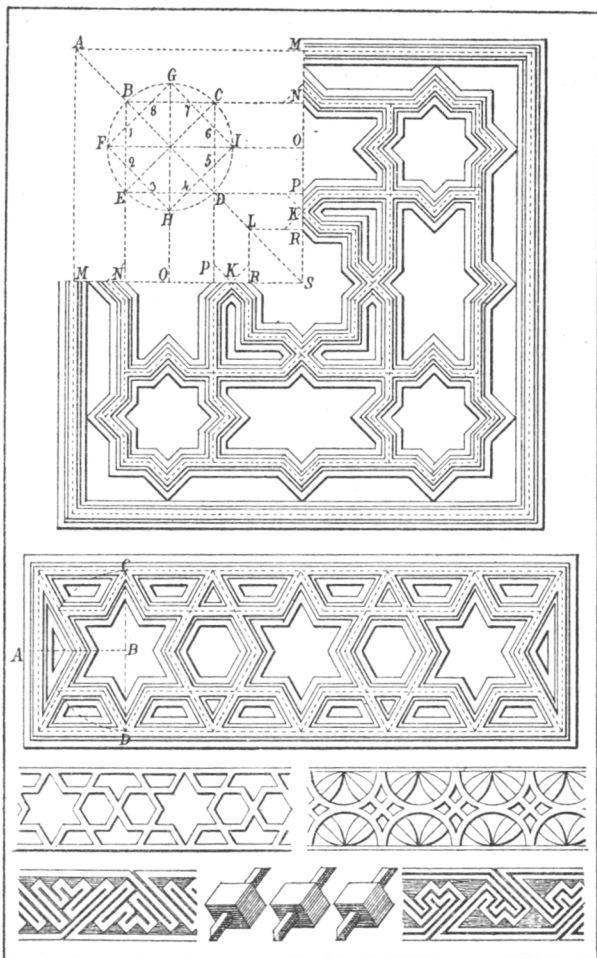


Danesi incise - Roma



Tip. Nazionale

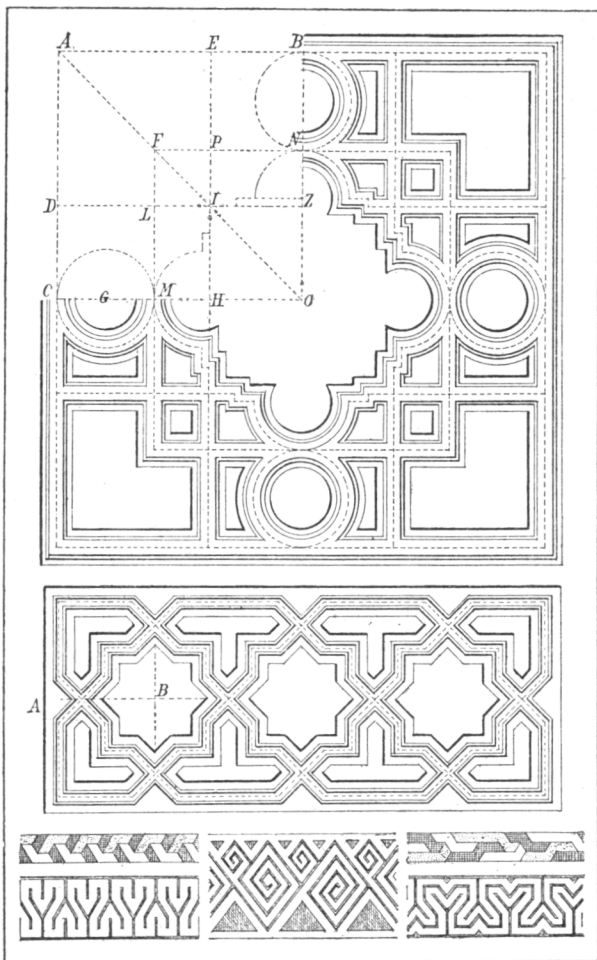
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

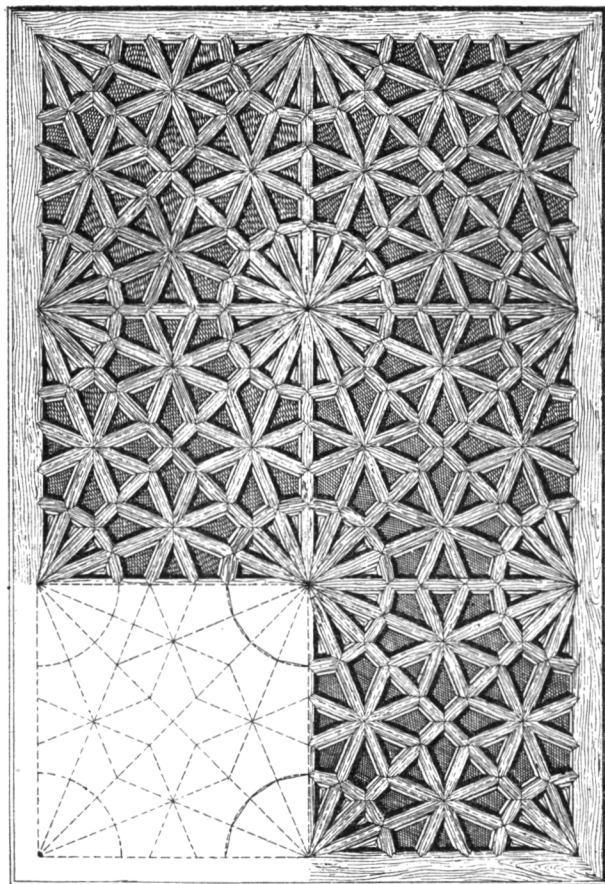
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

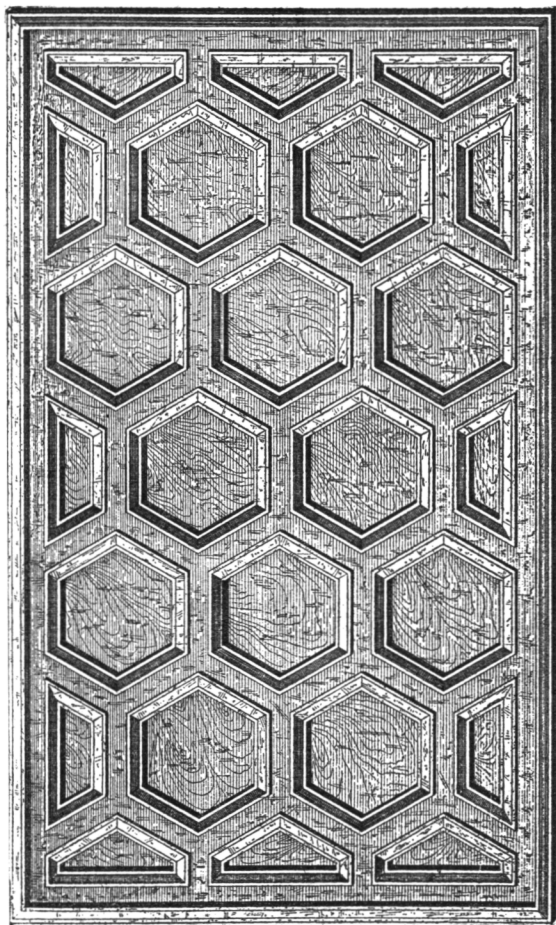
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

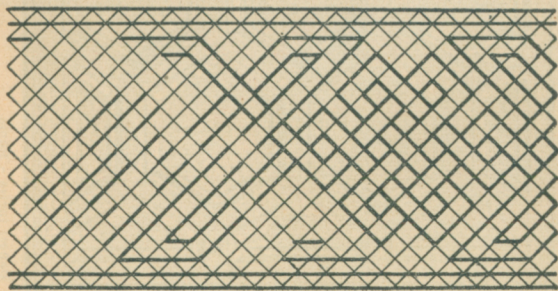
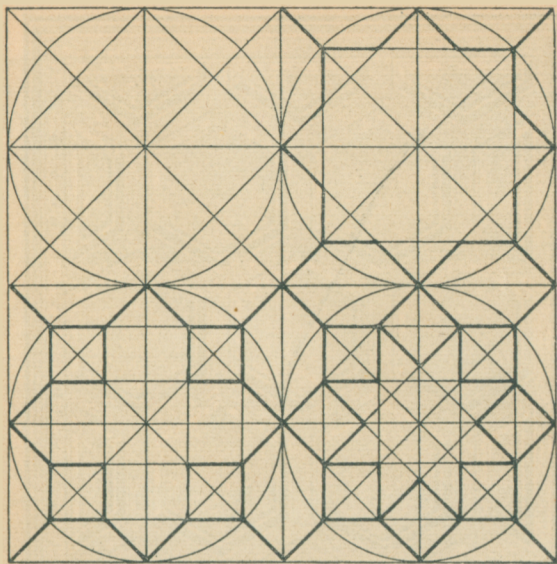
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

A. GARNERI — Disegno Geometrico.

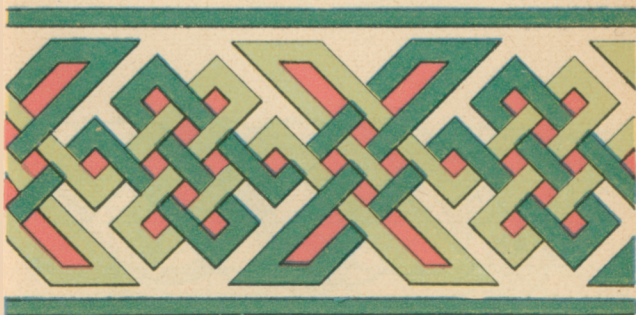
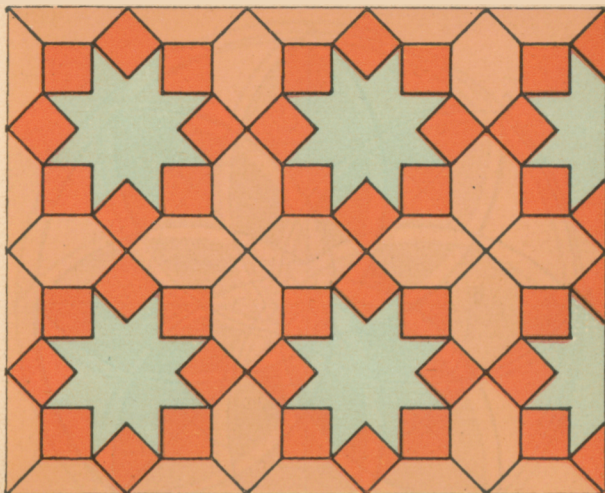
Tip. Nazionale



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

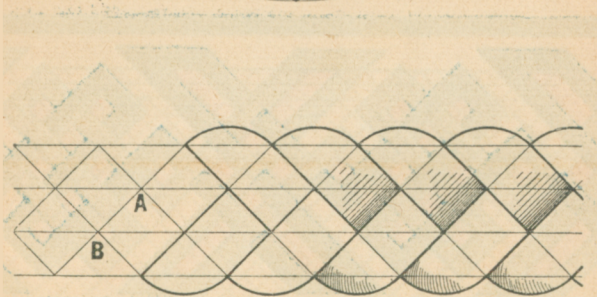
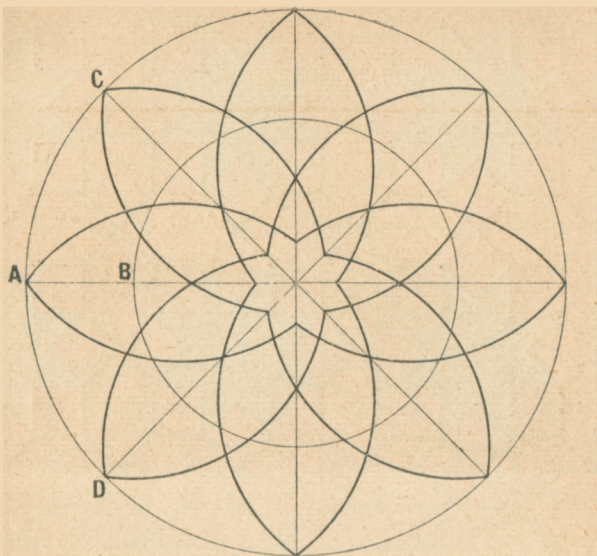
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

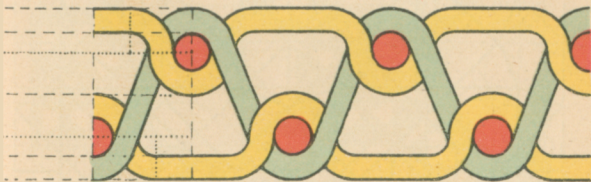
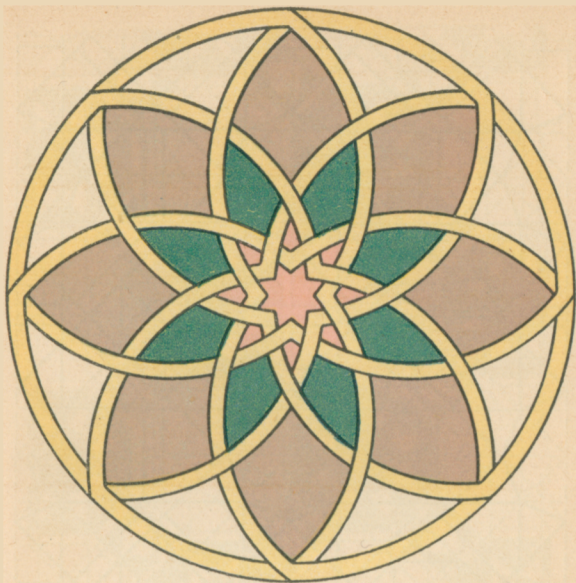
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

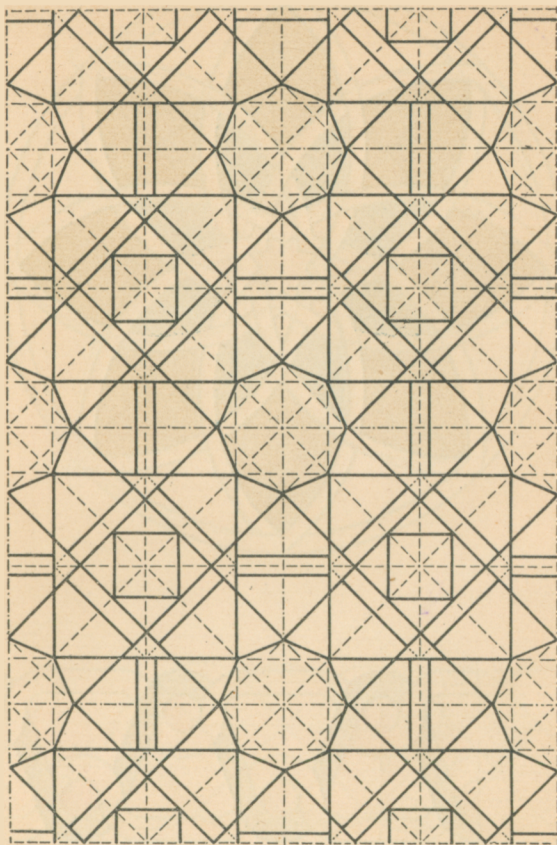
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

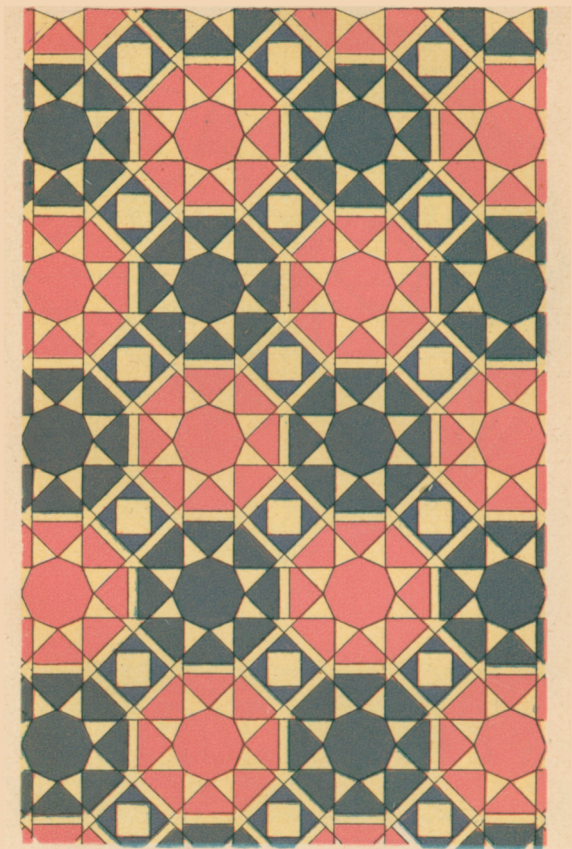
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

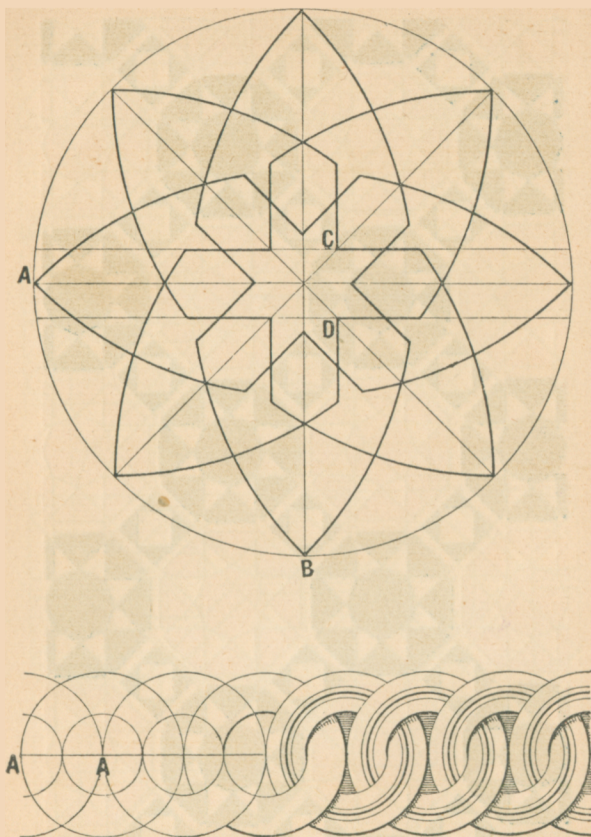
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

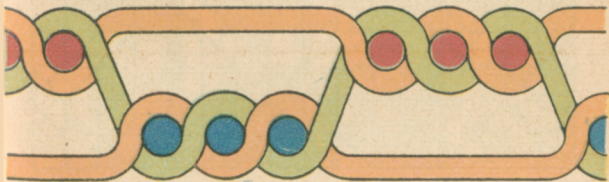
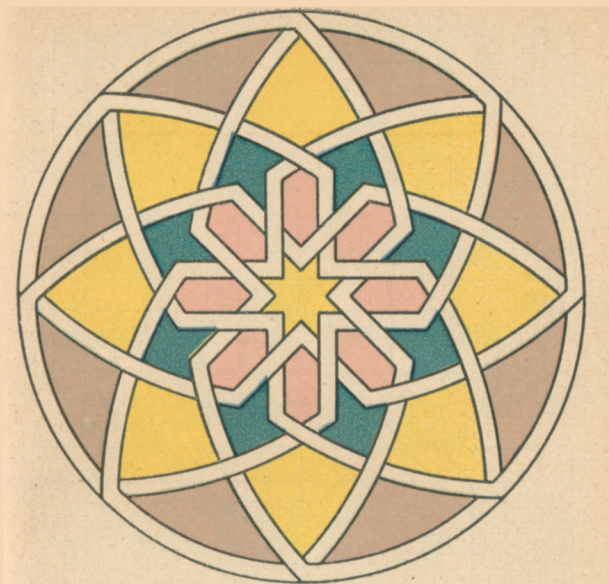
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

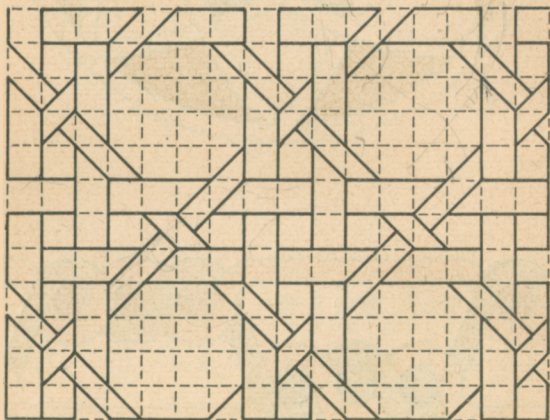
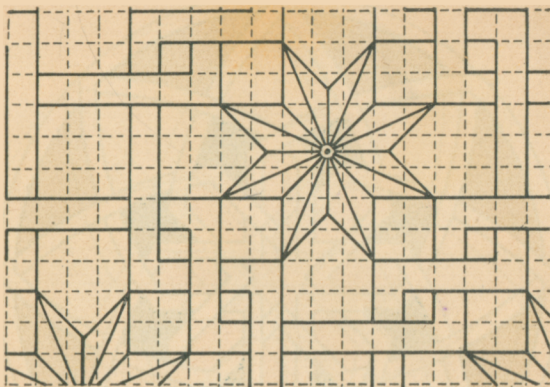
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

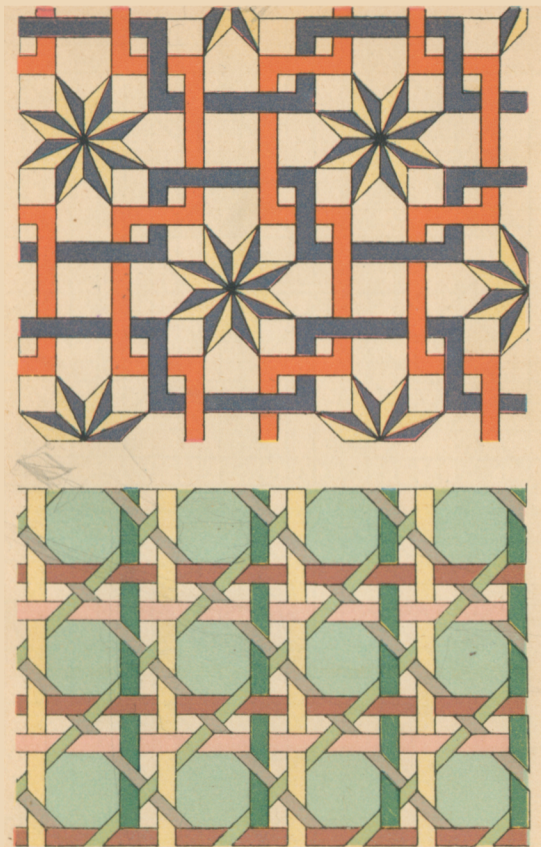
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

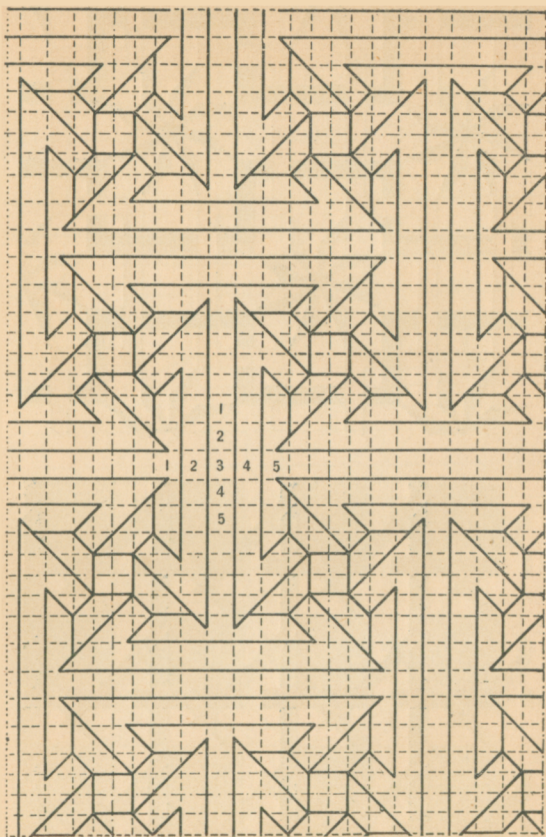
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi Incise - Roma

Tip. Nazionale

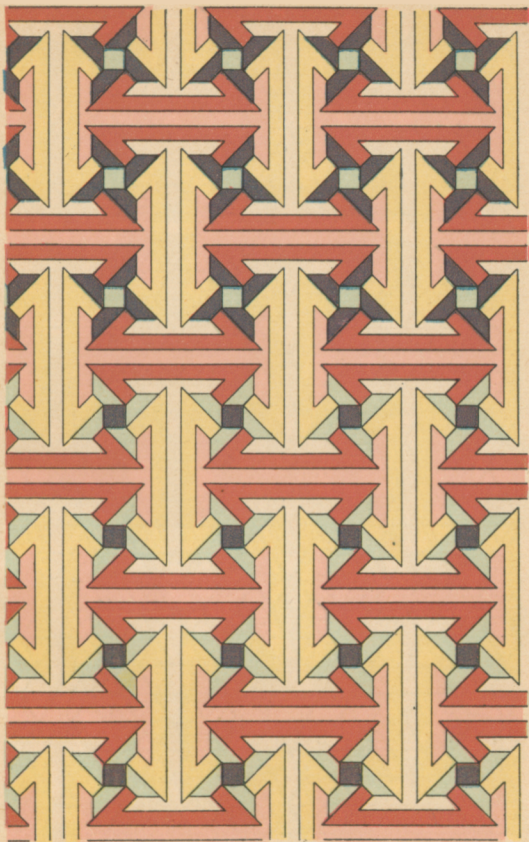
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

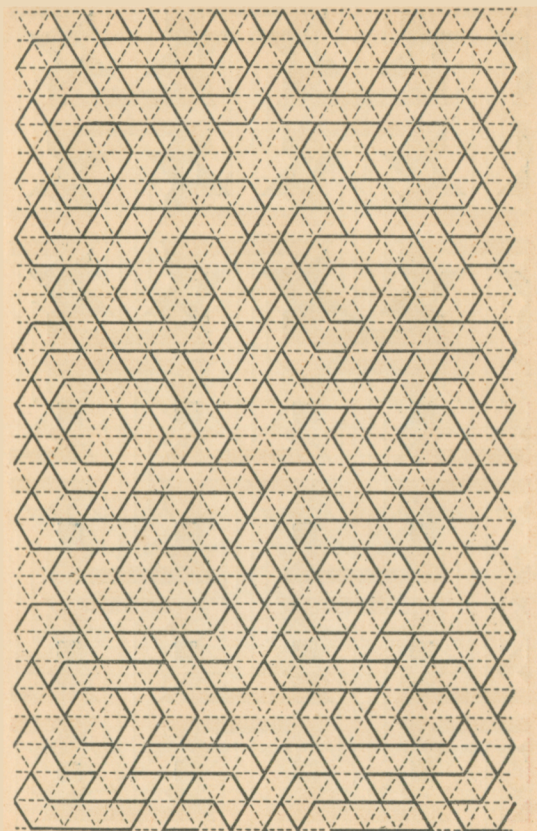
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

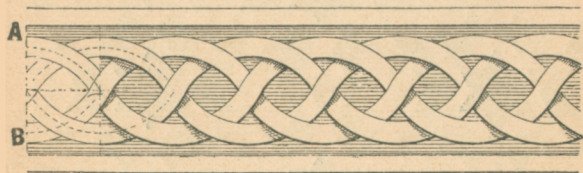
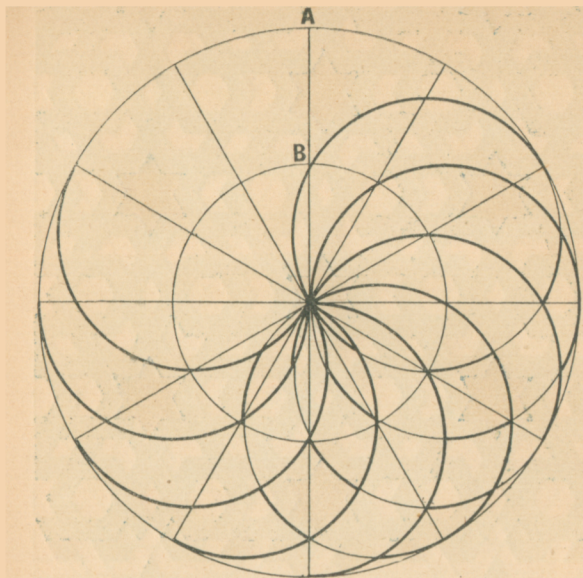
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

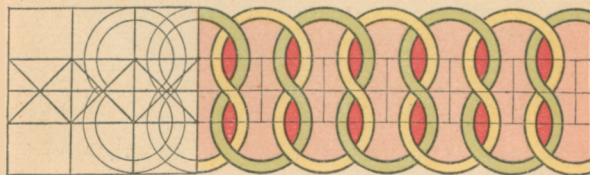
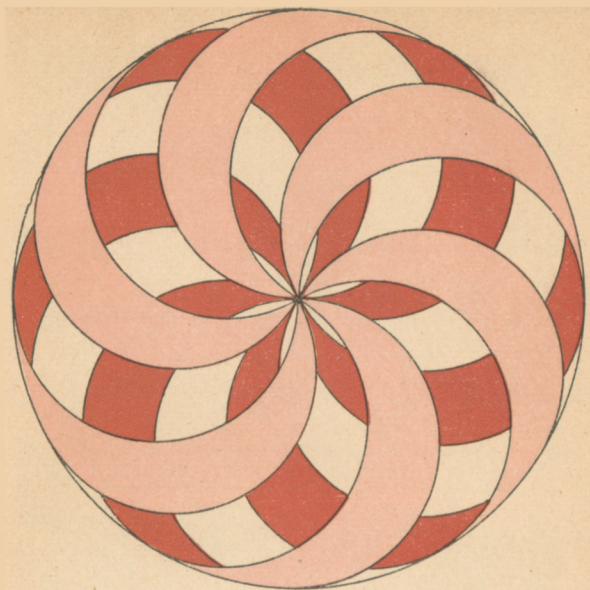
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incisè - Roma

Tip. Nazionale

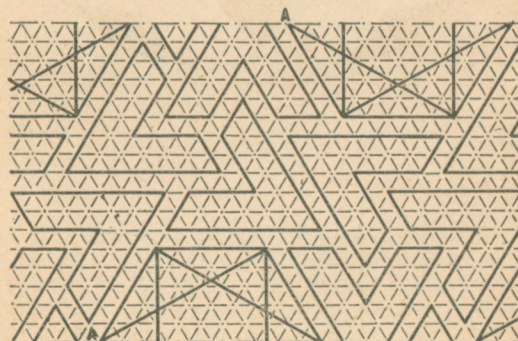
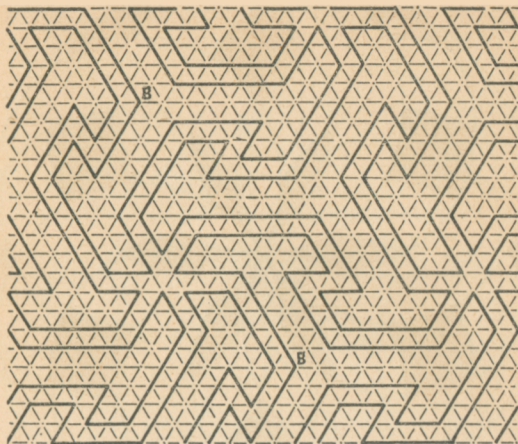
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

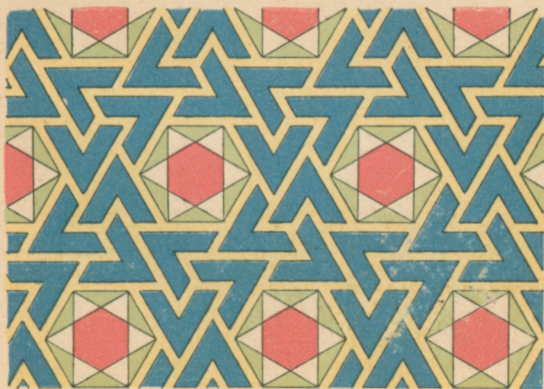
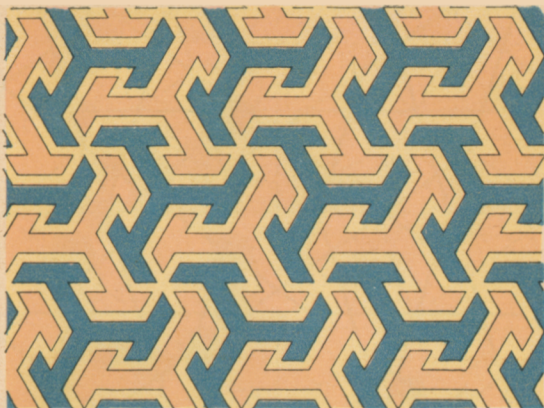
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

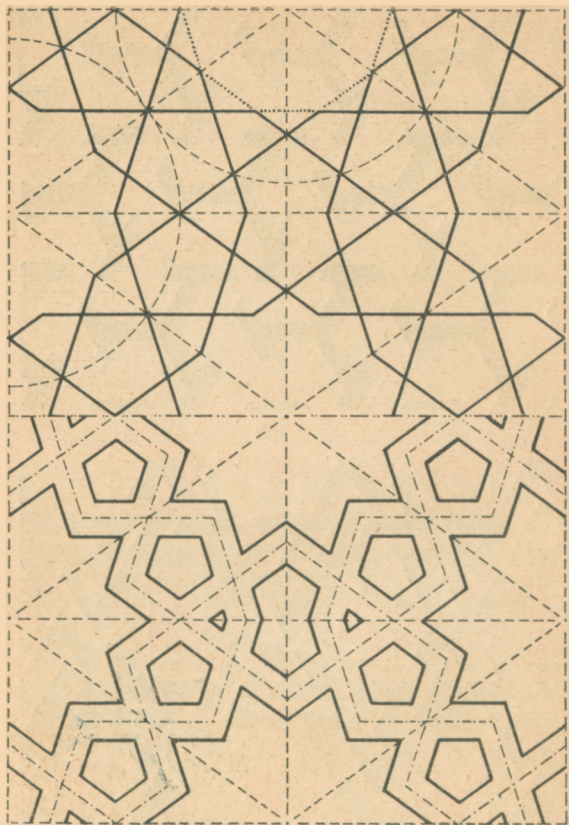
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

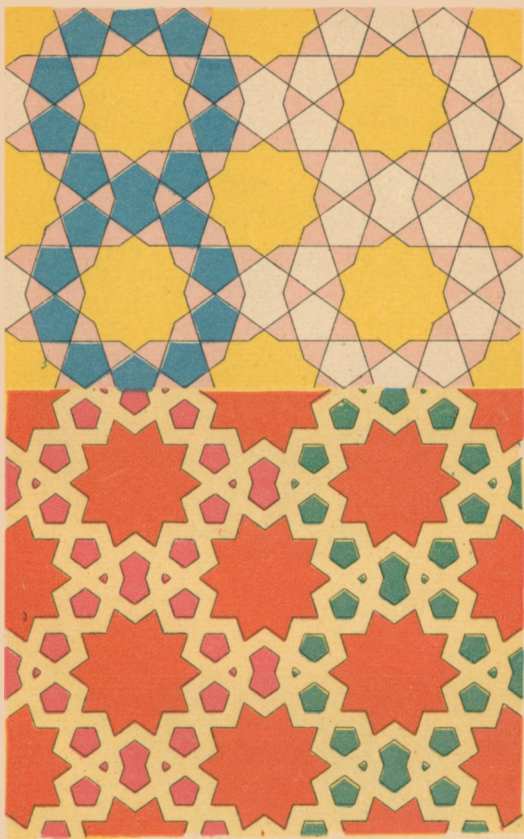
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

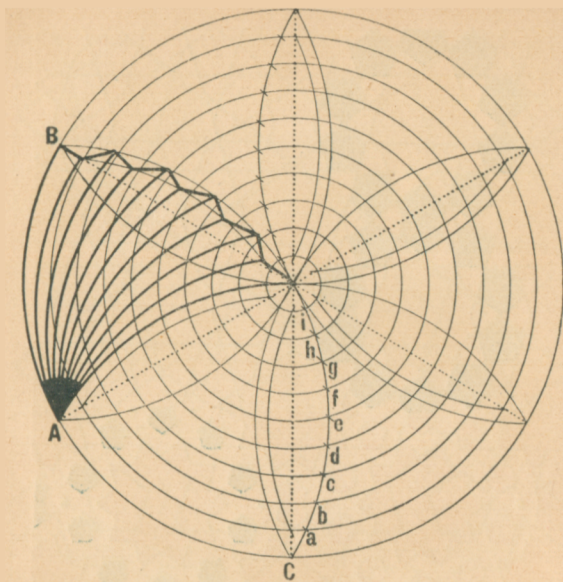
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

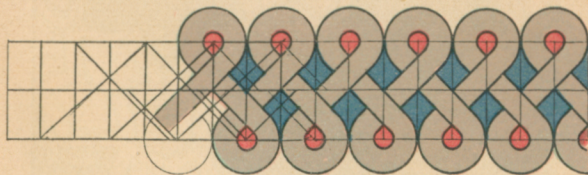
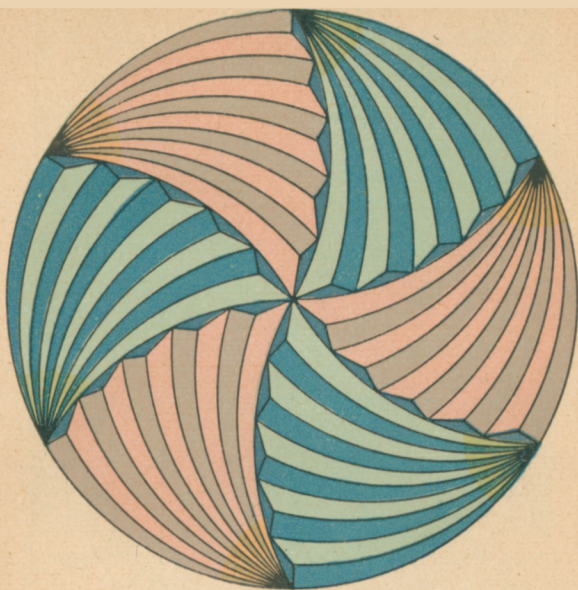
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

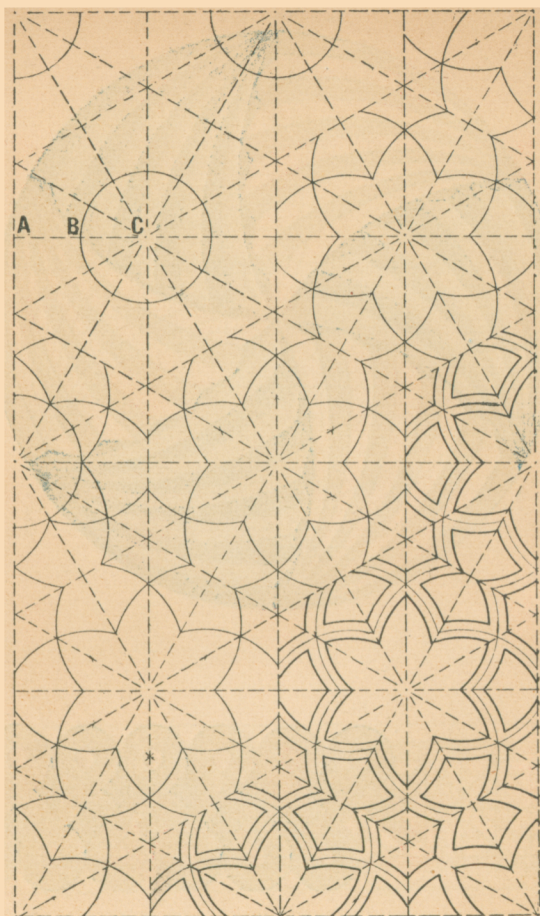
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

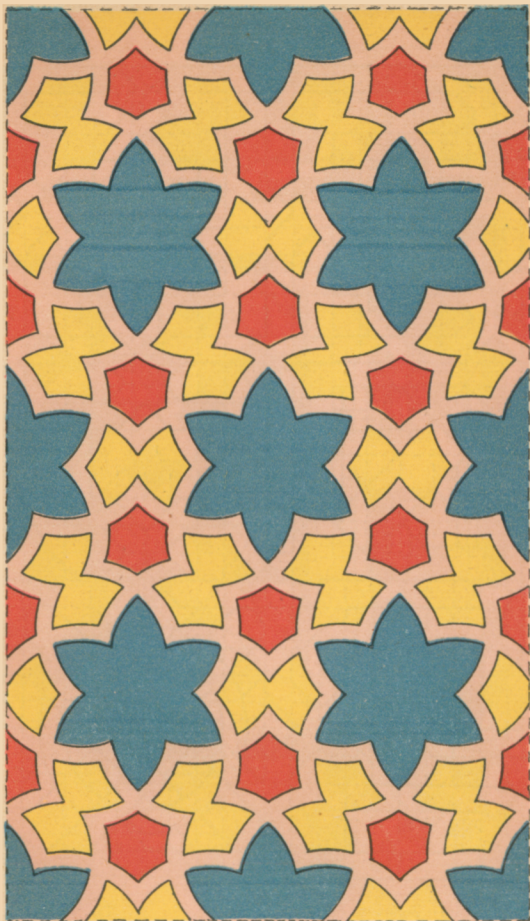
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

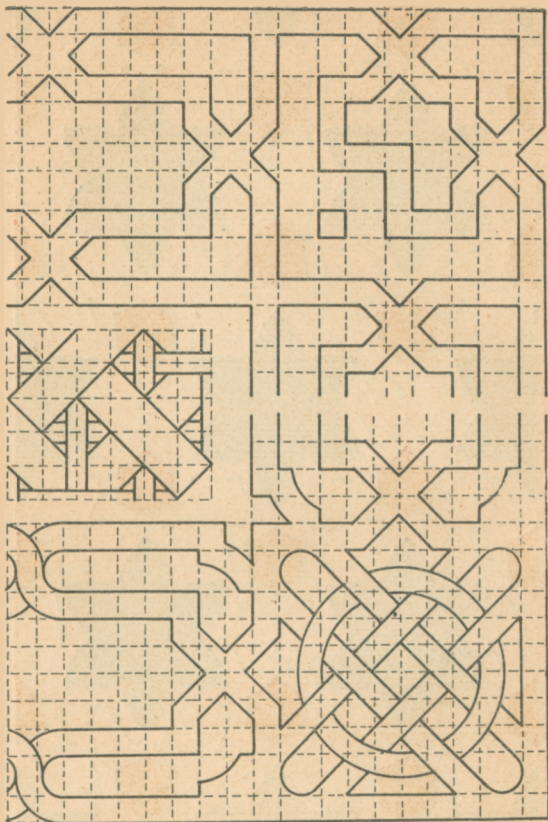
A. GARNERI — Disegno Geometrico,



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

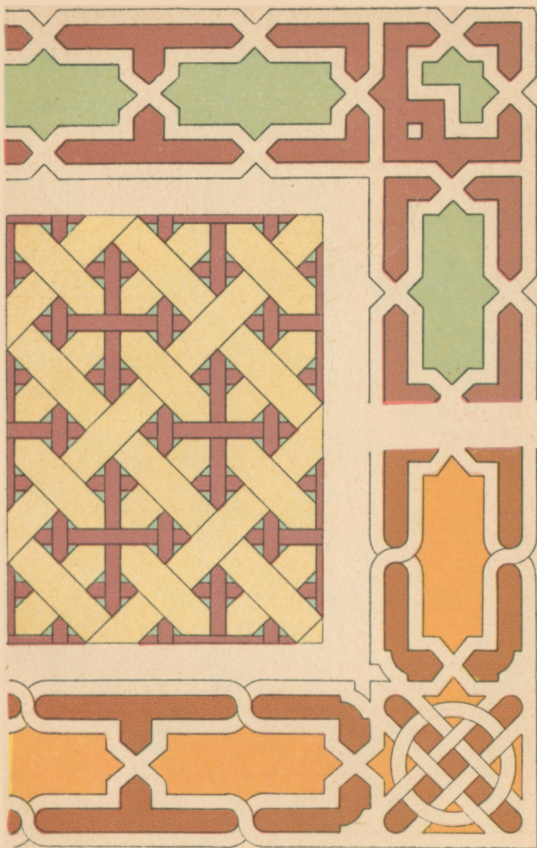
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

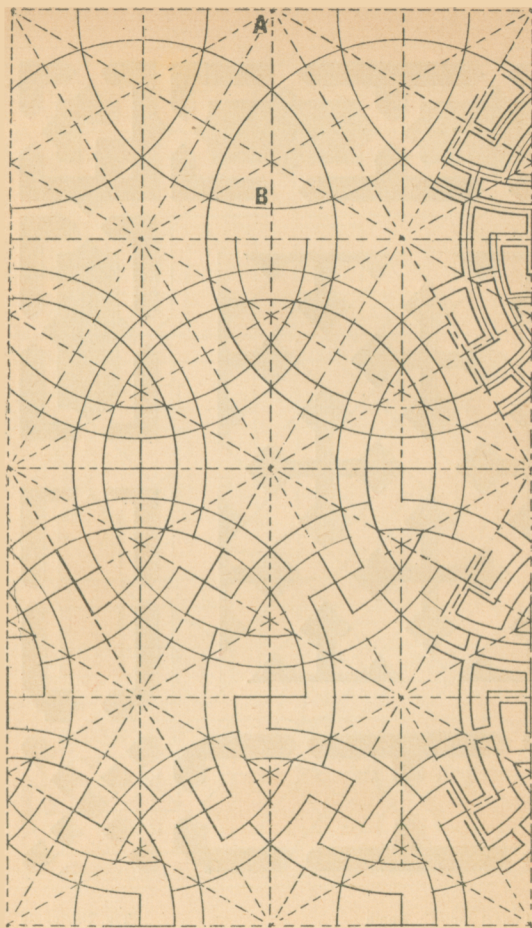
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

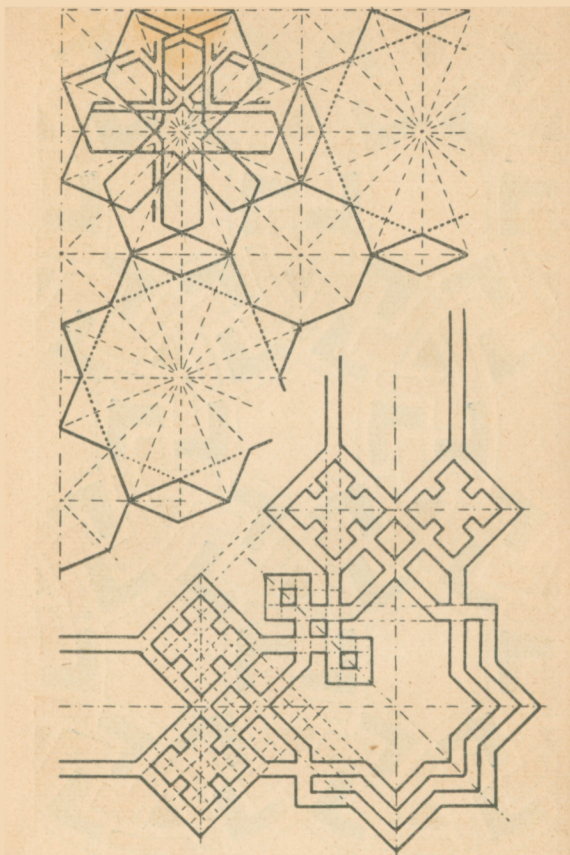
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi Incise - Roma

Tip. Nazionale

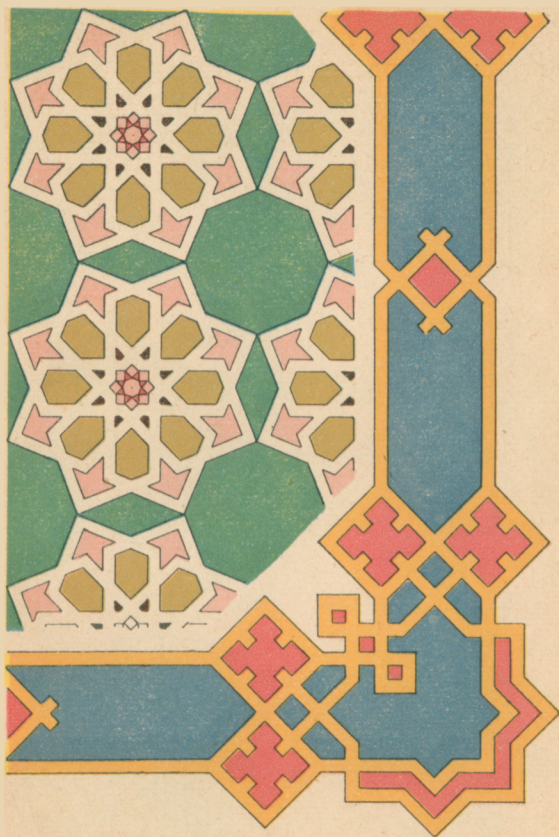
A. GARNERI — Disegno Geometrico.



Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

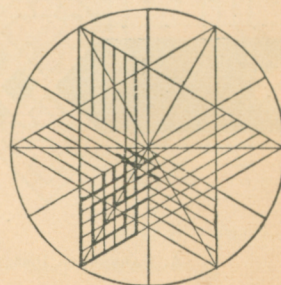
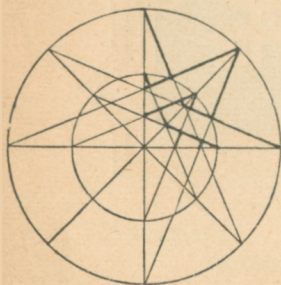
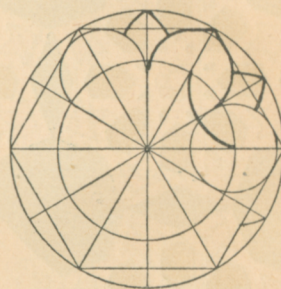
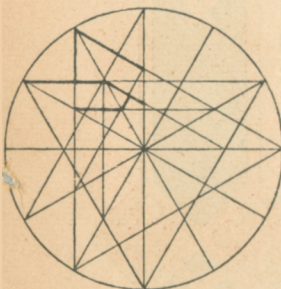
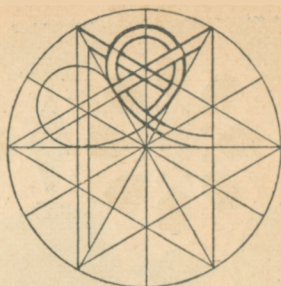
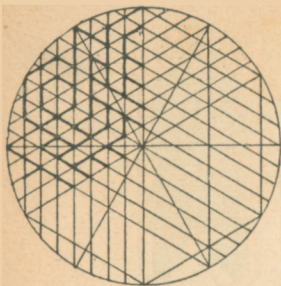
A. GARNERI — Disegno Geometrico.

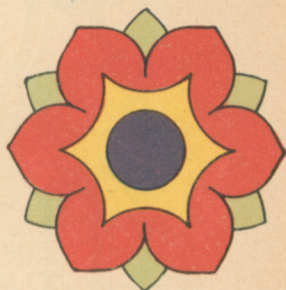


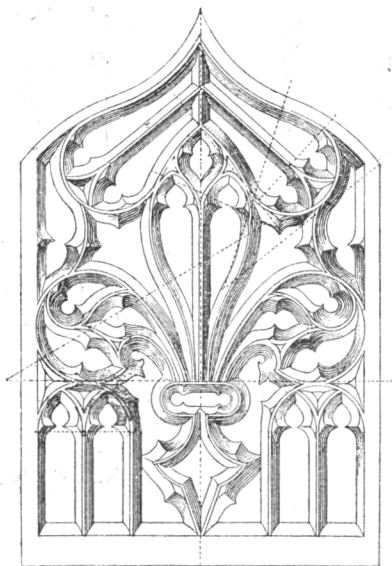
Danesi incise - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI — Disegno Geometrico.



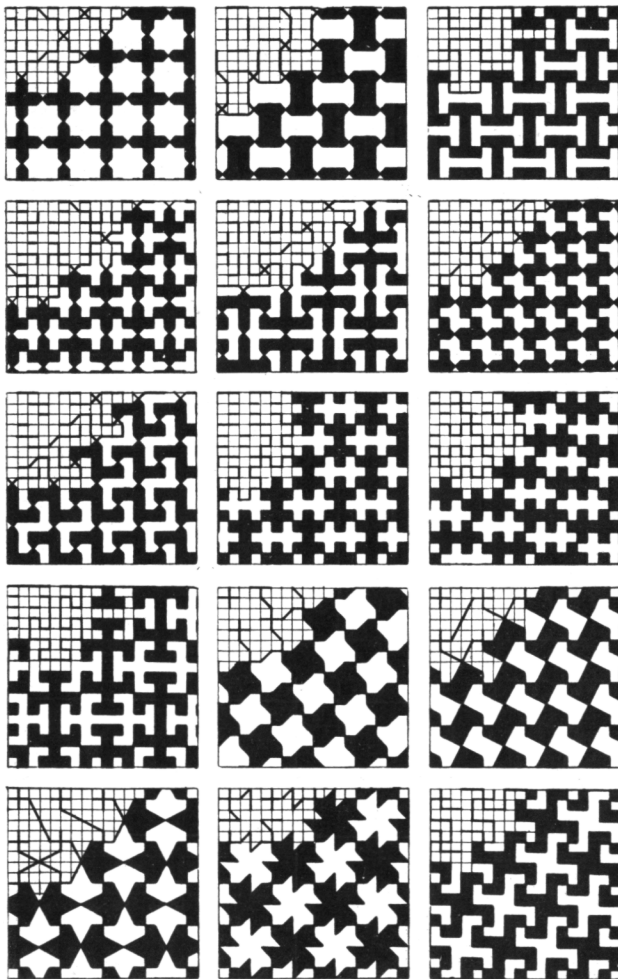




Date le linee indicate si eseguisca questo traforo gotico

Inchiostri della Casa CH. LORILLEUX & C. - Parigi - Milano.

APPENDICE

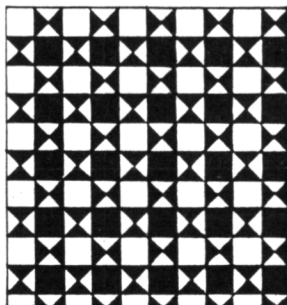
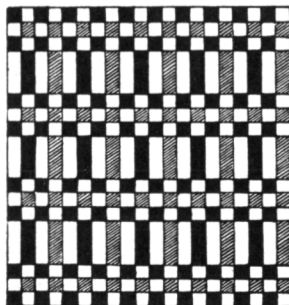
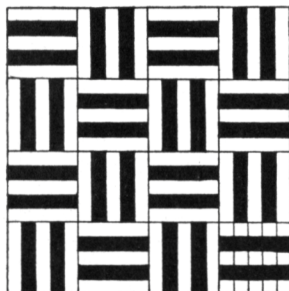
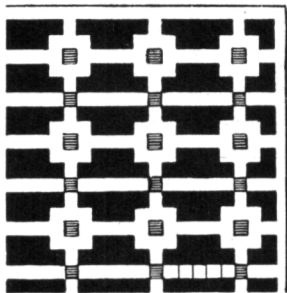
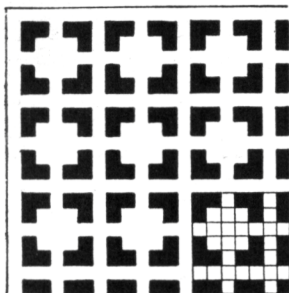


A. Liebman incisè - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI - Disegno geometrico.

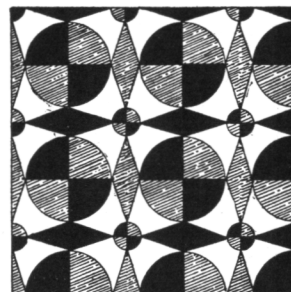
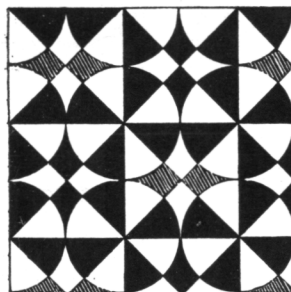
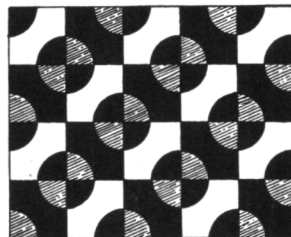
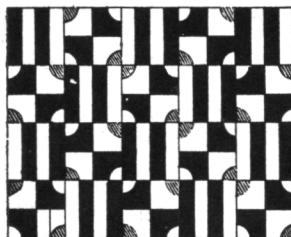
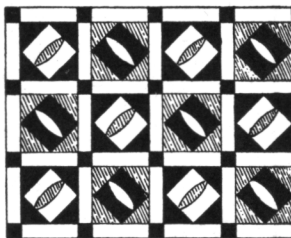
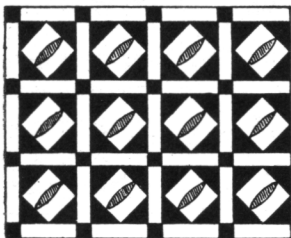
MOSAICI DEL BATTISTERO



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

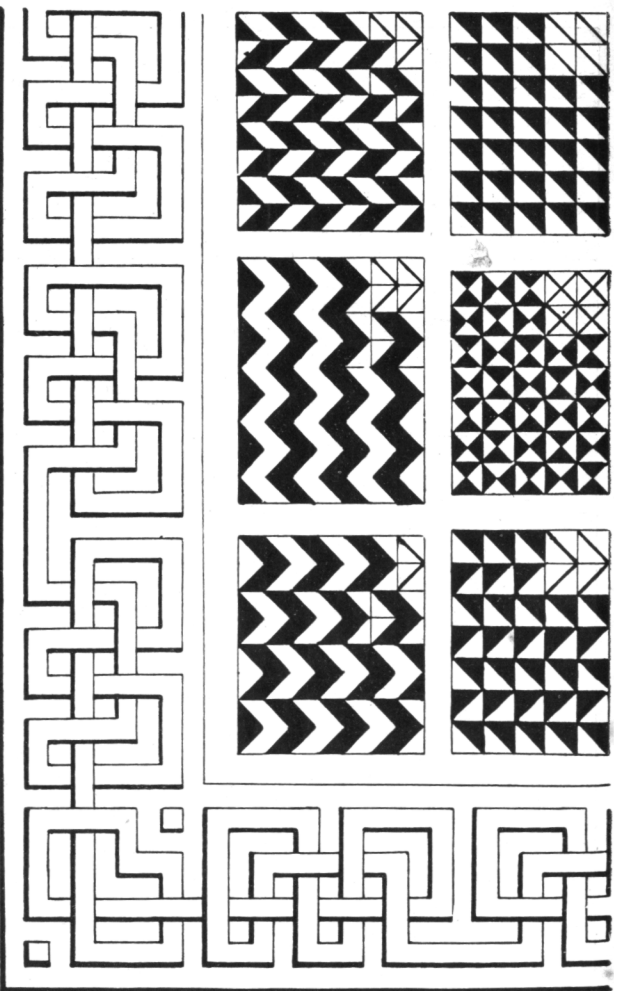
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

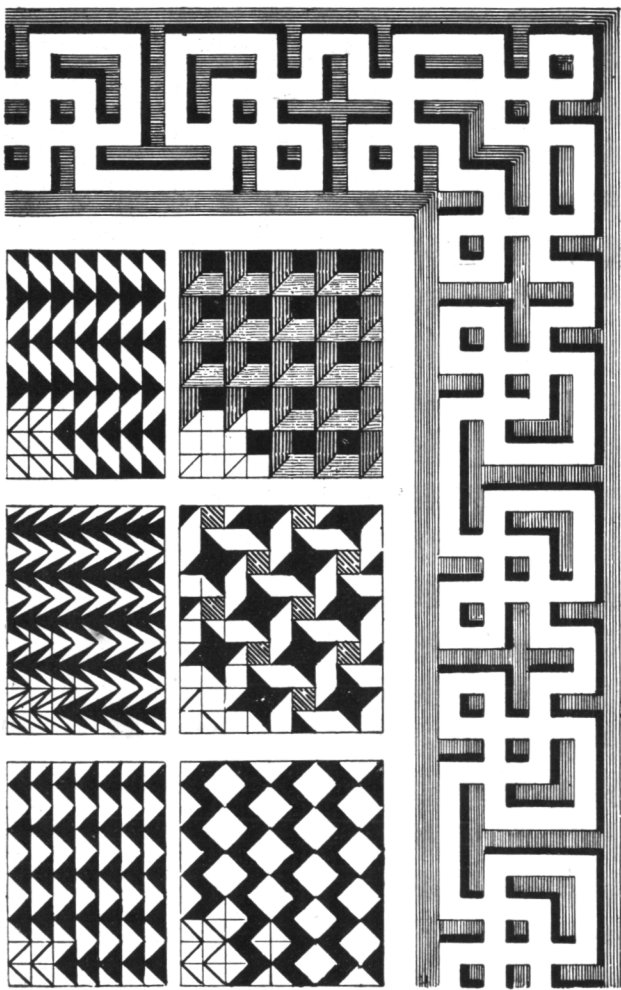
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

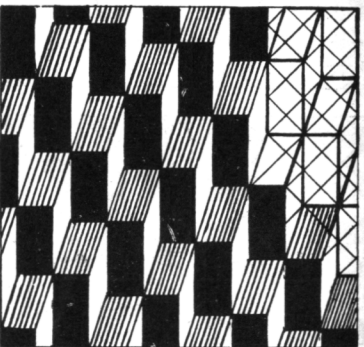
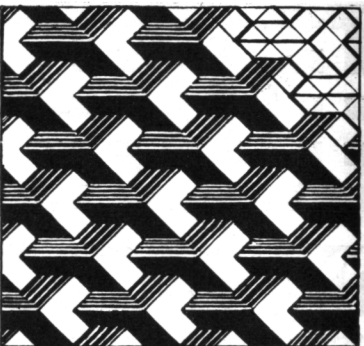
Tip. Nazionale.



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

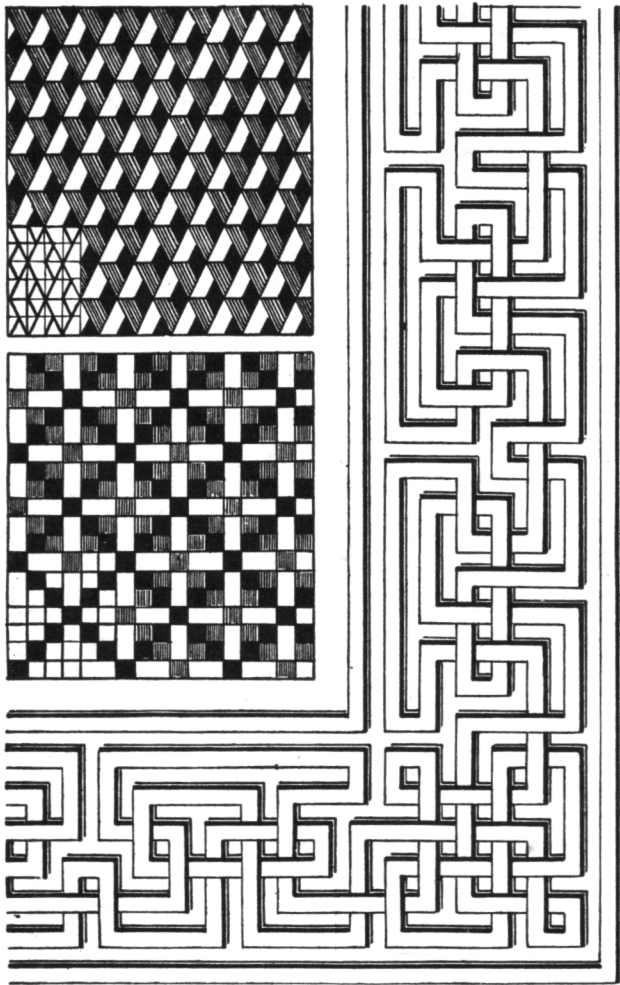
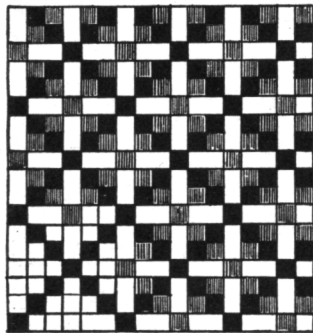
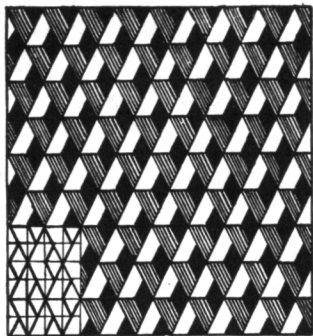
Tip. Nazionale



A. Liebman incisè - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

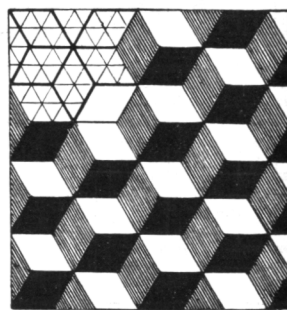
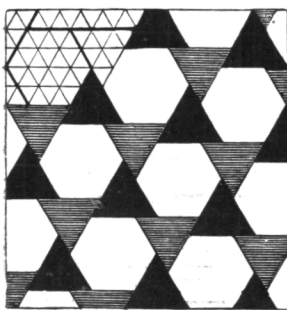
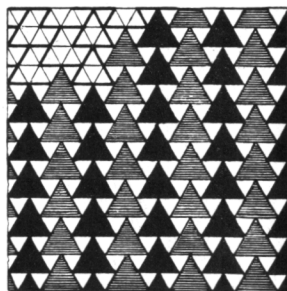
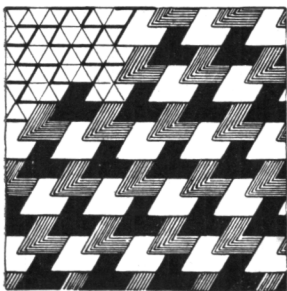
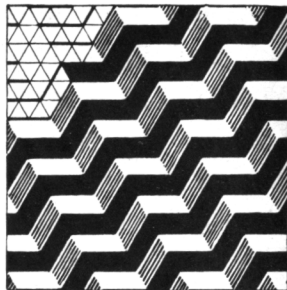
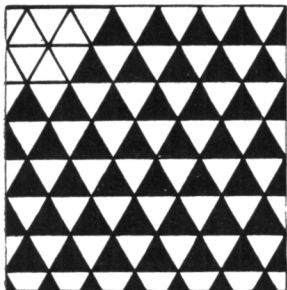
Tip. Nazionale



A. Liebman incisae, Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

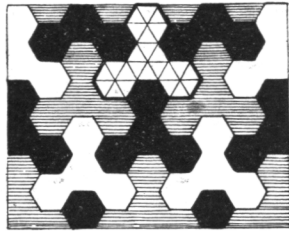
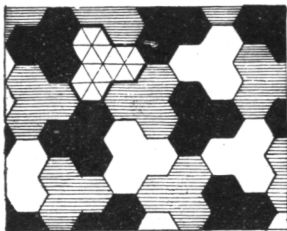
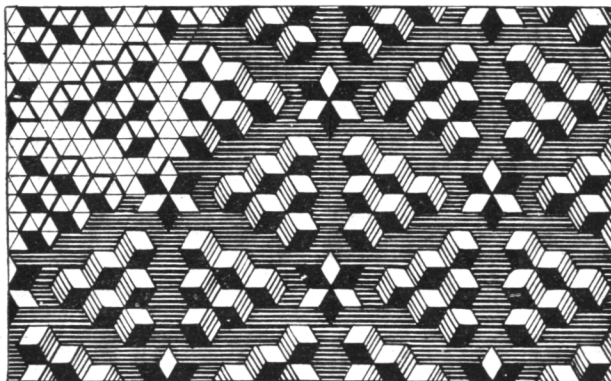
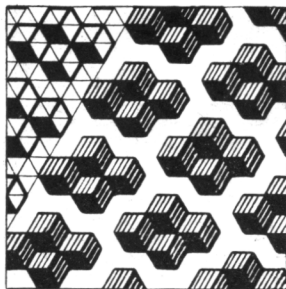
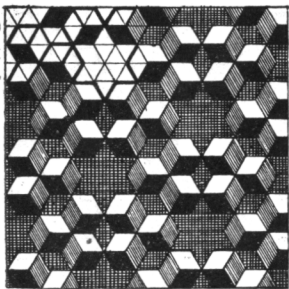
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

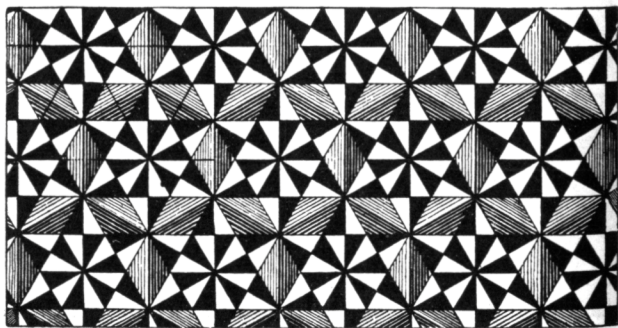
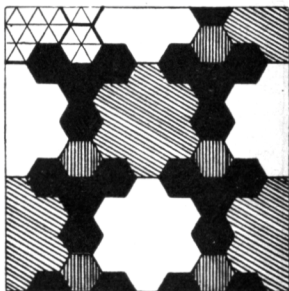
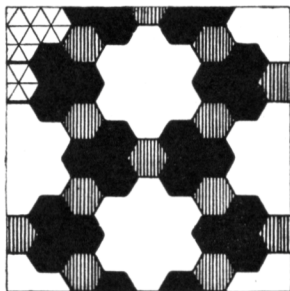
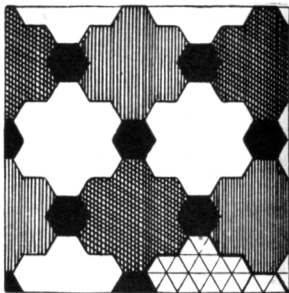
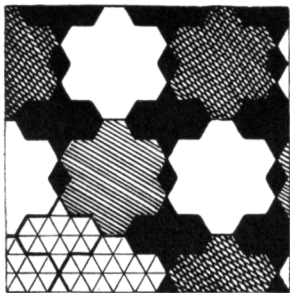
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

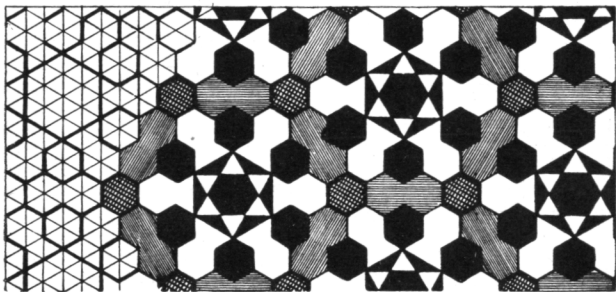
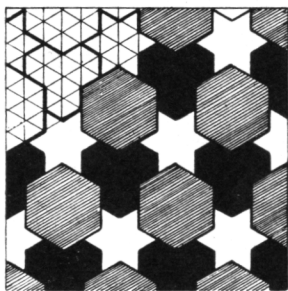
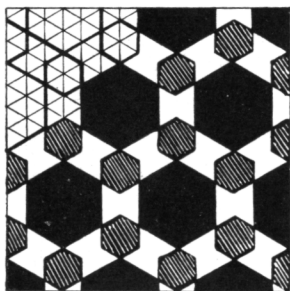
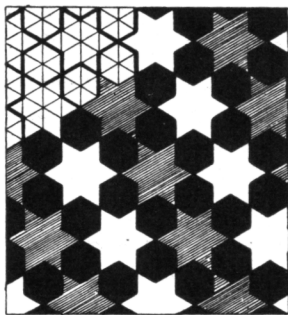
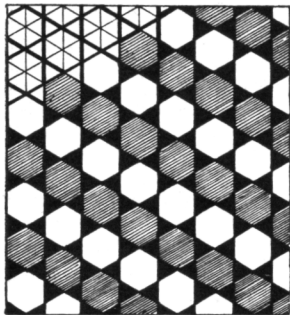
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

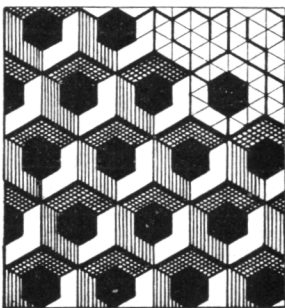
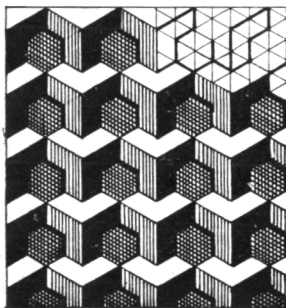
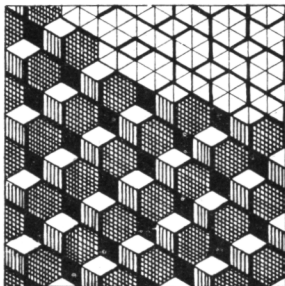
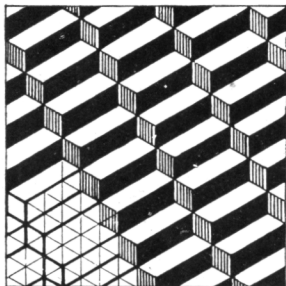
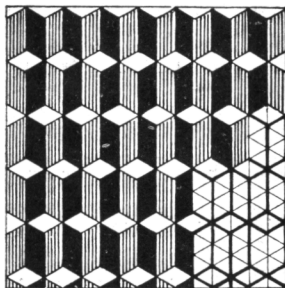
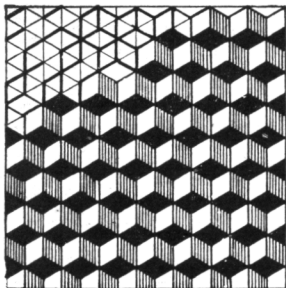
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

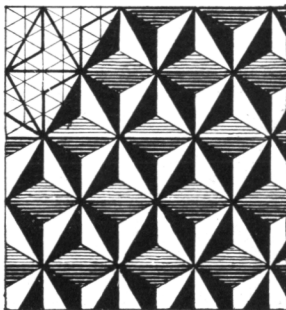
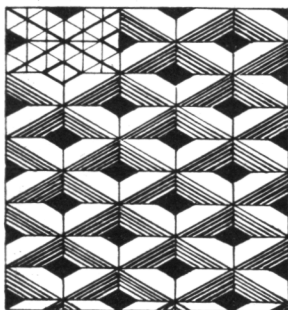
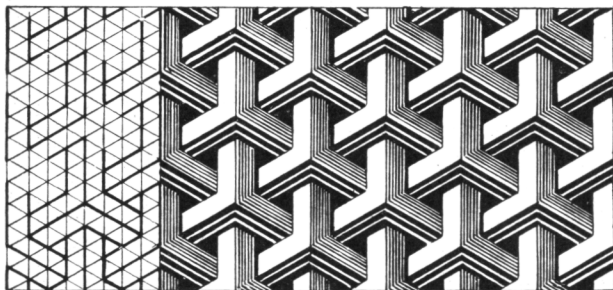
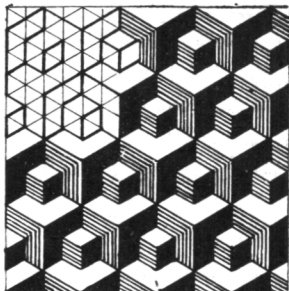
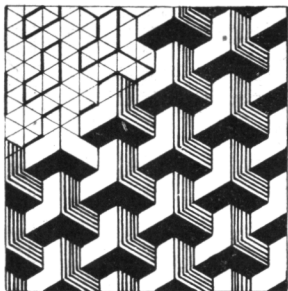
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

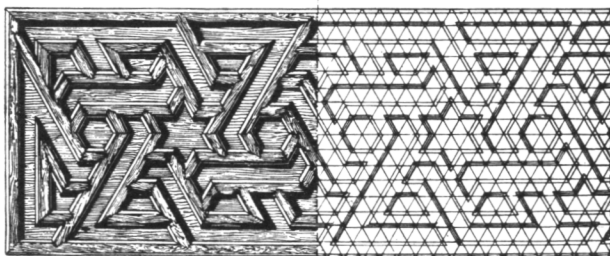
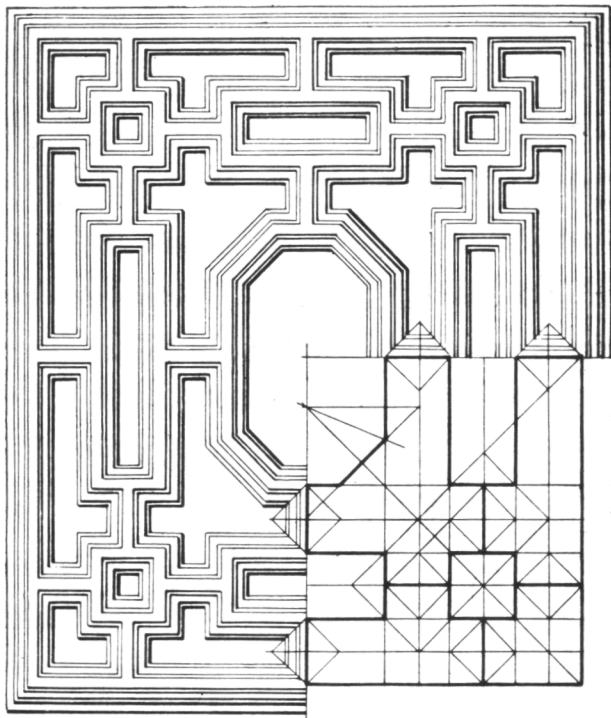
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

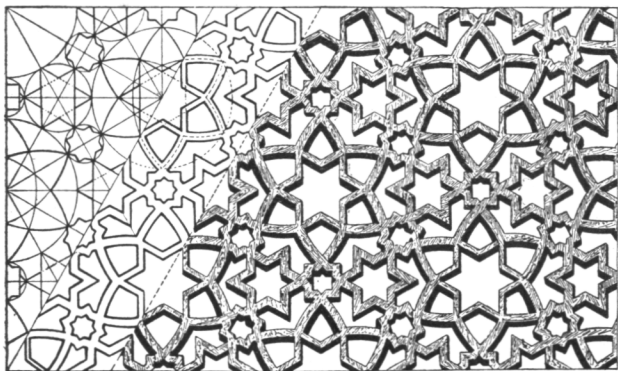
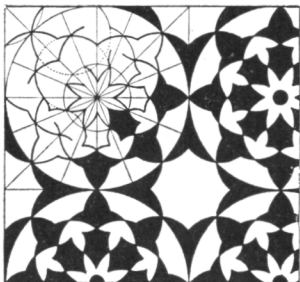
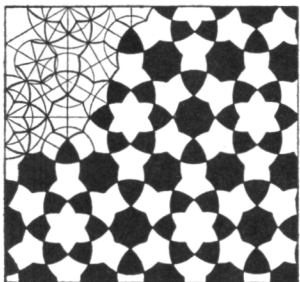
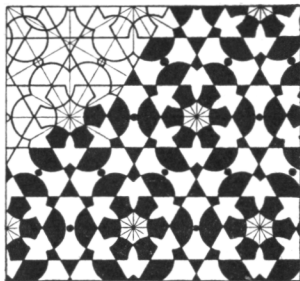
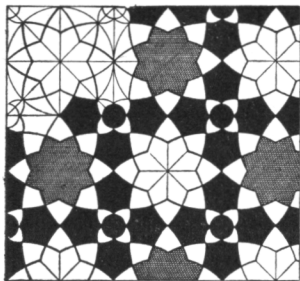
Tip. Nazionale



A. Liebman incise - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI - Disegno geometrico.



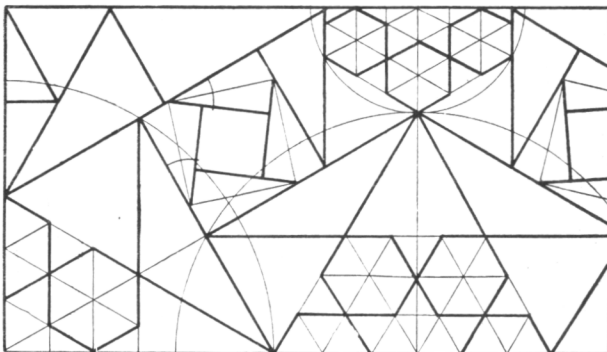
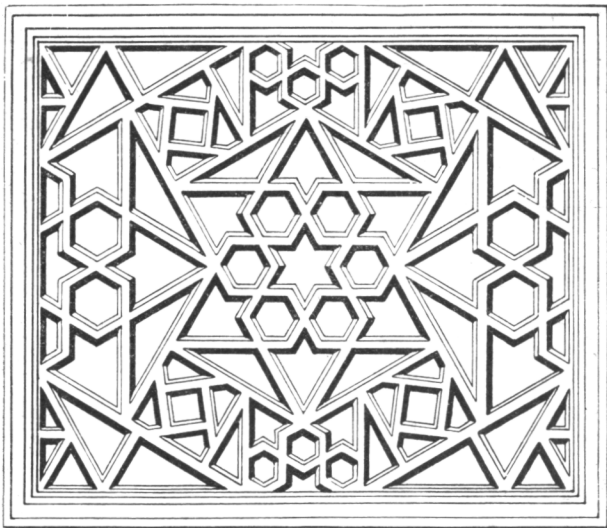
A. Liebman incise - Roma

Tip. Nazionale

A. GARNERI - Disegno geometrico.

SPORTELLO DI UN ARMADIO.

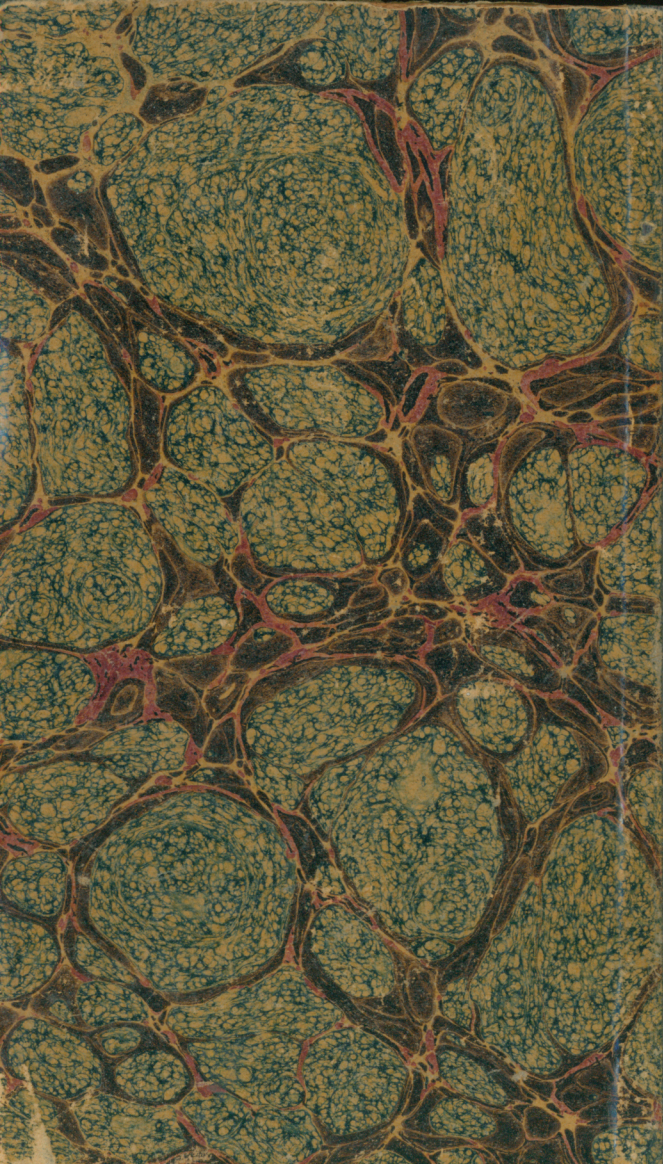
Abbozzo dell'arch. G. CÀSTELLAZZI eseguito a Bouläk (Cairo)
Arte Araba.



A. Liebman incise - Roma

A. GARNERI - Disegno geometrico.

Tip. Nazionale



THE
HISTORY OF THE
CITY OF
NEW-YORK
FROM
THE
FIRST
SETTLEMENT
TO
THE
PRESENT
TIME